



CIÊNCIAS HUMANAS

Matemática e Arte: uma Proposta de Modelagem com a Utilização do Software Grafeq***Mathematics and Art: a Modeling Proposal with Grafeq Software***Ketlin Kroetz¹; Clarissa Coragem Ballejo¹**RESUMO**

O artigo apresenta uma proposta de ensino que contempla uma sequência de atividades destinadas à primeira e à segunda série do Ensino Médio, envolvendo arte e matemática, por meio da utilização do software GrafEq, versão 2.12. Utiliza como referencial a teoria Construcionista de Papert e apresenta a proposta utilizando como fundamento as etapas de modelagem propostas por Biembengut e Hein, divididas em três partes, denominadas interação (percepção e apreensão), *matematização* (compreensão e explicação) e modelo matemático (significação e modelação).

Palavras-chave: *matemática e arte; GrafEq; modelagem matemática.*

ABSTRACT

The article presents a teaching proposal that includes a sequence of activities destined to the first and the second series of High School, involving art and mathematics, through the use of GrafEq software. It uses as reference the Constructivist theory of Papert and presents the proposal using as basis the modeling stages proposed by Biembengut and Hein, divided into three parts, interaction (perception and apprehension), mathematization (understanding and explanation) and mathematical model (signification and modeling).

Keywords: *mathematics and art; GrafEq; mathematical modeling.*

1. INTRODUÇÃO

Ao expressar sua visão sobre a escola e sobre alguns impasses enfrentados por essa instituição quando o assunto é acompanhar as modificações ocorridas nos âmbitos social e tecnológico em tempos de globalização, Papert (1994) faz a seguinte analogia: se um grupo de viajantes do século anterior - contendo um médico e um professor - viajasse até os dias atuais ficaria espantado. Embora compreendesse que algum tipo de operação estava sendo realizada, o cirurgião não saberia determinar ao certo o que estava ocorrendo devido aos avanços tecnológicos existentes. Já o professor notaria que apenas alguns elementos ou objetos se modificaram, entretanto, seria capaz de assumir a turma com bastante facilidade, uma vez que a escola não sofreu mudanças significativas: “[...] a escola é um notável exemplo de uma área que não mudou tanto. Podemos dizer que não

¹ PUCRS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre/RS – Brasil.

houve qualquer mudança na maneira como nós distribuímos a educação aos nossos estudantes.” (PAPERT, 1994, p. 10).

Lacunas na formação, falta de motivação docente e pouco incentivo por parte das políticas públicas são apenas alguns dos problemas vivenciados pela escola que parece não acompanhar as modificações as quais estamos vivenciando, como o rápido acesso a informações e dinamismo nas comunicações. Percebe-se, assim, que muitos professores ainda ministram suas aulas baseadas no que Freire (1996) denomina por “educação bancária”, que consiste em transferir ao estudante conteúdos de conhecimento do professor que estão, em sua maioria, desvinculados da realidade e sem sentido.

Os estudantes do século XXI, no entanto, possuem outras características e exigências, afinal “Nossos alunos mudaram radicalmente. Os alunos de hoje não são os mesmos para os quais o nosso sistema educacional foi criado.” (PRENSKY, 2001, p. 1). Diante destas afirmações, nos últimos anos vem-se repensando o ensino. Propostas inovadoras, ensino com pesquisa, utilização de tecnologias digitais e diferentes metodologias apresentam novas maneiras de abordar conteúdos em sala de aula, no intuito de aproximarem as habilidades a serem desenvolvidas nos estudantes com o cotidiano deles, isto é, promovendo sentido à educação.

Nesse cenário, uma das alternativas para tornar o ensino mais atraente e motivador e que use distintas metodologias e o investimento na formação de professores. Anteriormente considerado como o detentor e transmissor de conhecimentos, hoje é um profissional exigido de diversas maneiras. Sendo assim, o atual docente “[...] necessita fundamentar sua prática pedagógica nos saberes da docência – saberes científicos, pedagógicos e experienciais, [...] considerando o ensino como uma prática social.” (GRILLO; GESSINGER, 2008, p. 38).

Partindo destes apontamentos, apresenta-se, neste artigo, uma proposta de ensino que contempla uma sequência de atividades destinadas ao Ensino Médio, envolvendo arte e matemática por meio da utilização do *software* GrafEq, utilizando os passos da Modelagem Matemática.

2. SOBRE OS TEÓRICOS QUE SUSTENTAM A ATIVIDADE PROPOSTA

Nesta subseção serão abordados alguns teóricos que justificam e referenciam o núcleo apresentado no plano de ensino proposto.

A necessidade de formar estudantes conhecedores e atores de suas realidades faz com que muitos educadores defendam uma prática contextualizada, considerando-a um processo fundamental para a transformação do ensino. Alguns professores, no entanto, ainda se mostram resistentes a mudanças e preferem ministrar suas aulas de forma linear, sem se questionarem se o ensino poderia, ou não, se tornar mais atraente aos jovens do século XXI, denominados por Prensky (2001) de “nativos digitais”.

Sob a ótica de Papert (1994), um dos precursores em defender a utilização do computador em sala de aula, “[...] a escola não virá a usar os computadores ‘adequadamente’ porque os pesquisadores lhe dizem como fazê-lo. Ela virá a usá-los bem - se o fizer algum dia - como parte integral de um processo de desenvolvimento coerente.” (PAPERT, 1994, p. 43). Na contemporaneidade, ainda que saibamos da existência dos nativos digitais nas salas de aula, são enfrentados desafios diários no que dizem respeito à inserção destes recursos em sala de aula. Falta de planejamento dos professores,

formação continuada insuficiente, escassa relação do conteúdo com a realidade, falta de estrutura das escolas, sobrecarga de trabalho dos professores, falta de verba e de políticas públicas são apenas alguns dos desafios enfrentados na sala de aula.

Da ideia de incentivar os estudantes a aprenderem construindo artefatos por meio da tecnologia culminou o termo “construcionismo”, proposto em 1987. A Teoria Construcionista de Papert (1994) defende a ideia de que a construção do conhecimento pode se dar por meio do computador, visto como um recurso que facilita, auxilia e possibilita a aprendizagem. Ainda sobre os computadores, estes devem ser utilizados “[...] como instrumentos para trabalhar e pensar, como meios de realizar projetos, como fonte de conceitos para pensar novas ideias” (PAPERT, 1994, p. 158), não somente como uma forma de apoio à instrução automatizada.

Valente (1998) e Maltempi (2005) trazem contribuições significativas ao construcionismo, apoiados nas ideias de Seymour Papert. Maltempi, por exemplo, aponta que o construcionismo “[...] postula que o aprendizado ocorre especialmente quando o aprendiz está engajado em construir um produto de significado pessoal.” (MALTEMPI, 2005, p. 4). Dessa forma, o “ensinar para o computador” pode ser feito por meio da construção de um texto, um vídeo, uma planilha ou um objeto e, por meio desses instrumentos, o estudante trabalha na estruturação e organização do seu conhecimento. Assim, no construcionismo o discente é ativo e é ele quem ensina o computador, fornecendo os seus conhecimentos para a máquina e aprendendo com ela.

Para a Teoria Construcionista, a interação entre o estudante e o objeto é mediada pelo computador, o que proporciona ao aprendiz levantar hipóteses, testá-las e validá-las, diferente do instrucionismo, que defende que o computador é quem deve ensinar o aluno. Em síntese, no construcionismo o processo de aprendizagem se dá quando o estudante é quem ensina o computador (PAPERT, 1994).

Na Figura 1 podem-se observar dois métodos de ensino: instrucionismo e construcionismo. Percebe-se que, em ambos os casos, há o estudante, o professor e o computador. Assim, a distinção que podemos estabelecer está na direção das setas.

Figura 1: Instrucionismo x Construcionismo.



Fonte: <https://www.ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/mestradoeducacao/DissertacaoMarcioRobertodeLima.pdf>

Quanto ao processo de interação dos estudantes com seus colegas, este pode ser visto no ensino com pesquisa. Para que se possa praticá-lo, o professor precisa estar aberto a transformações, pois

este método “[...] leva naturalmente a organizar o trabalho de outra maneira, porque supõe outro tipo de dedicação, participação, presença ativa, tarefa individual e coletiva” (DEMO, 2011, p. 43), fazendo com que o professor repense seu planejamento e tenha como foco a aprendizagem do estudante. Para que a pesquisa seja realizada na escola, ela deve ocorrer com questionamentos reconstrutivos, participação e criação de hipóteses (DEMO, 2011). Assim, o papel do professor torna-se o de mediador desse processo, possibilitando ao estudante ser o protagonista de sua construção de conhecimento.

No que diz respeito à matemática, para que as aulas não ocorram fundamentadas em repetições e por meio de um ensino mecânico, utiliza-se como suporte a Modelagem. A Modelagem Matemática, como método de ensino, leva os estudantes a uma melhor compreensão do problema que será modelado. (BIEMBENGUT, HEIN, 2010). De acordo com Biembengut e Hein

[...] a modelagem matemática no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece, ao mesmo tempo que aprende a arte de modelar, matematicamente. Isso porque é dada ao aluno a oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico. (BIEMBENGUT, HEIN, 2010, p. 18)

Neste sentido, considera-se que o estudante poderá perceber a relevância do que está aprendendo na escola, demonstrando assim, maior interesse e motivação em relação ao objeto de conhecimento. Trata-se de uma prática social que requer envolvimento do estudante em atividades que contemplem sua realidade, experiência e o seu contexto, inclusive com outras disciplinas. A Modelagem Matemática como método de ensino permite isso.

3. SOBRE O GRAFEQ

O *software* GrafEq 2.12 foi desenvolvido pelo canadense Jeff Tupper e possui versão gratuita disponível na língua portuguesa. A interface do GrafEq “[...] é bastante simples e tem recursos de cores que produzem efeitos interessantes.” (GRAVINA; BASSO, 2012, p. 23). Nele é possível desenvolver trabalhos envolvendo conteúdos como geometria, funções, equações e inequações, por exemplo. O programa permite ainda trabalhar com coordenadas cartesianas e polares. Há uma versão paga e uma versão gratuita, e o *download* pode ser feito de maneira simples e rápida.

4. MATERIAIS E MÉTODOS

Sugere-se que as atividades aqui propostas sejam aplicadas na segunda série do Ensino Médio, acreditando-se que nesta etapa os assuntos como intervalos, funções, inequações e conceitos básicos de geometria já tenham sido trabalhados em séries anteriores. Contudo, não se descarta a possibilidade de que a proposta seja aplicada aos estudantes da primeira série do Ensino Médio, uma vez que se compreende que, por meio desta atividade, o estudante pode construir o seu conhecimento a partir de aulas que introduzam conceitos acerca de funções, inequações e intervalos, mediante um recurso digital.

Rampon e Fioreze (2017), em artigo intitulado *Contribuições do Software GrafEq nos processos de ensino e aprendizagem do conteúdo de função afim*, apresentam resultados da aplicação de uma proposta que objetivou ensinar função afim com a utilização do GrafEq. Com o intuito de favorecer a articulação algébrica e gráfica desta função, as autoras realizaram uma sequência didática e

concluíram, por meio da atividade aplicada, que a utilização do GrafEq auxiliou tanto na aprendizagem da função quanto na relação entre a representação algébrica e gráfica.

Halberstadt e Fioreze (2015), no artigo *O ensino e aprendizagem dos objetos reta e desigualdades com o GrafEq: uma abordagem com vistas à Teoria dos Registros de Representação Semiótica*, apresentaram resultados de uma pesquisa de mestrado que estudou o processo de compreensão de conceitos e propriedades da Geometria Analítica no Ensino Médio com a utilização do *software* GrafEq, adotando a Teoria de Registros de Representações, de Duval. Os autores prepararam uma sequência de atividades de experimentação a serem resolvidas pelos estudantes utilizando o *software*. Na análise, Halberstadt e Fioreze (2015) apontaram para a consolidação do reconhecimento desses objetos e dos diferentes registros de representação semiótica, condição prioritária para a sua compreensão.

Para a realização das atividades propostas neste artigo, são necessárias aulas no laboratório de informática, para buscas na internet - os estudantes podem também utilizar seus *smartphones* na realização das buscas - e para a utilização do *software* GrafEq, que deve estar previamente instalado nos computadores da escola. São necessários, ainda, encontros na biblioteca onde se pode trabalhar o ensino pela pesquisa.

As atividades a seguir estão organizadas de acordo com as etapas de Modelagem propostas por Biembengut e Hein (2010). Para os autores, a Modelagem Matemática trata-se do “[...] processo que envolve a obtenção de um modelo” (BIEMBENGUT; HEIN, 2010, p.12). A partir dessa representação de modelo nos é dada a capacidade de representar uma situação real com ferramentas matemáticas que envolvem uma série de procedimentos que podem ser agrupados em três etapas, que podem ser subdivididas em outras seis. São elas: *interação* (percepção e apreensão); *matematização* (compreensão e explicação); e *modelo matemático* (significação e modelação).

INTERAÇÃO: Percepção e Apreensão

Na primeira aula é interessante buscar a motivação dos estudantes para a atividade. Uma opção para isso é iniciar o encontro com um vídeo. Sugerem-se os vídeos da série “Arte & Matemática”, produzidos e apresentados pelo professor de matemática Luiz Barco, que foram exibidos pela TV Cultura entre os anos de 2001 e 2002 e, atualmente, estão disponíveis no *Youtube*.

Nesta etapa, ocorre o “reconhecimento da situação problema” e a “familiarização com o assunto a ser modelado” (BIEMBENGUT; HEIN, 2010, p. 13). A familiarização com o assunto, denominada comumente de estado da arte ou referencial teórico, consiste em um aprofundamento do estudante com o assunto a ser pesquisado e, para tanto, é crucial que haja a pesquisa por parte dos estudantes. Esta etapa não segue uma ordem linear, tampouco termina ao passar para a etapa seguinte: “A situação-problema torna-se cada vez mais clara, à medida que se vai interagindo com os dados.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2010, p. 14).

Em um momento posterior, o vídeo pode ser discutido com os estudantes, valorizando suas perguntas, seus questionamentos e provocando-os com questões como:

- a) O que mais chamou atenção de vocês no vídeo?
- c) Existe algo no vídeo que remeta a outras disciplinas?
- d) Vocês conhecem obras de arte de artistas brasileiros? Se sim, que obras são essas?

e) Qual a influência da arte no desenvolvimento criativo, crítico e espírito de sensibilidade das pessoas?

f) Como a arte é vista pelas pessoas do nosso país? Será que o Brasil investe em arte?

Estas são algumas sugestões de questionamentos a serem realizados. Cabe ressaltar que tais perguntas podem receber diversas respostas e, sendo assim, é fundamental salientar que o docente deve estar preparado para lidar com as distintas colocações feitas pelos estudantes. Recomenda-se, então, que a turma forme grupos de, no máximo, quatro estudantes para a realização das tarefas a seguir.

MATEMATIZAÇÃO: Compreensão e Explicação

Conhecida como a etapa mais desafiadora da modelagem, ela divide-se em formulação do problema (hipótese) e resolução (BIEMBENGUT, HEIN, 2010). Os estudantes iniciam a classificação de informações por meio de uma pesquisa. Nesse momento, os estudantes podem se reunir na biblioteca ou no laboratório de informática com o intuito de buscar dados referentes a obras de arte: principais artistas do país ou do exterior, tipos de pintura, principais movimentos artísticos. Enfim, podem ser buscadas as informações que os estudantes julgarem relevantes sobre o tema: obras de arte.

A respeito da escolha das obras de arte, sugere-se que os estudantes sejam direcionados a escolher obras de arte que contemplem traços geométricos, visto que nesse momento elas lhe seriam mais acessíveis, uma vez que a atividade contempla conhecimentos de funções e inequações. Contudo, vale considerar que qualquer obra de arte pode ser plotada, mas para isso seriam necessários conhecimentos mais específicos e complexos, como a Equação Geral da Circunferência, por exemplo.

Para formular e validar as hipóteses considera-se necessário: a) classificar as informações (relevantes e não relevantes) identificando fatos envolvidos; b) decidir que fatores serão considerados - levantamento de hipóteses; c) identificar constantes envolvidas; d) generalizar e selecionar variáveis relevantes; e) selecionar símbolos apropriados para as variáveis; e, f) descrever estas relações em termos matemáticos.

Após, sugere-se que seja proposta uma mesa redonda com socializações sobre o que os estudantes encontraram na busca. Um integrante de cada grupo pode ficar responsável por compartilhar com a turma as ideias discutidas e elencadas no seu próprio grupo.

Ao buscarem os dados e pesquisarem, os estudantes estão realizando a etapa da matematização (BIEMBENGUT, HEIN, 2010), pois com os dados da pesquisa e com a obra escolhida eles utilizarão diferentes equações para reproduzir a obra por meio do GrafEq. Recomenda-se que cada grupo escolha uma única obra de arte para se aprofundar, levantando dados sobre ela e sobre o autor.

Posteriormente, propõe-se que seja iniciada a próxima subetapa da matematização: a resolução do problema em termos do modelo, que será realizada no laboratório de informática. Nesta etapa, cada grupo pode reproduzir a imagem escolhida por meio de inequações, no *software* GrafEq. Destaca-se que o docente deve assumir, durante todo o processo, o papel de orientador e mediador, auxiliando seus estudantes quando necessário e permitindo que sejam protagonistas de seus estudos.

Cabe ressaltar que inicialmente é relevante disponibilizar aos estudantes alguns minutos para que possam se familiarizar com o GrafEq. Entende-se que os nativos digitais não têm medo de arriscar,

nem de explorar ferramentas computacionais. Se eles desconhecem determinado recurso dificilmente buscam por tutoriais; eles apenas testam, experimentam. De acordo com Prensky,

eles estão acostumados à rapidez do hipertexto, baixar músicas, telefones em seus bolsos, uma biblioteca em seus laptops, mensagens e mensagens instantâneas. Eles estiveram conectados a maior parte ou durante toda sua vida. Eles têm pouca paciência com palestras, lógica passo-a-passo e instruções que 'ditam o que se fazer'. (PRENSKY, 2001, p. 3)

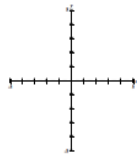
Contudo, é interessante verificar previamente a existência de sujeitos que possam ter nascido na era denominada digital, mas que não possuam acesso a determinados recursos. Os estudantes oriundos de comunidades carentes ou os provenientes da Educação de Jovens e Adultos constituem em exemplos. Será que estão tão familiarizados com esse mundo virtual como pensamos?

Posterior a isso, é interessante que sejam retomados brevemente alguns conceitos já estudados em anos anteriores, tais como polígonos, área, perímetro, retas paralelas e perpendiculares, segmentos de reta, ângulos, proporção, funções de 1º e 2º grau e inequações. Salienta-se que valorizar o conhecimento prévio dos estudantes torna-se relevante para que o discente possa estabelecer conexões com o conteúdo que será trabalhado para que ocorra uma nova aprendizagem. Pode-se realizar essa retomada por meio de aulas dialogadas em que o docente anota na lousa as informações mais relevantes.

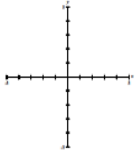
Em relação à matematização da obra de arte escolhida, sugere-se que sejam realizados inicialmente com os estudantes os exercícios das figuras 2 e 3. Eles são essenciais para um melhor entendimento tanto das inequações simples, quanto para uma melhor compreensão da equação reduzida de reta $y = ax + b$, para que os estudantes compreendam o significado geométrico dos coeficientes 'a' e 'b' na equação. A ideia é que os estudantes percebam, por meio desses exercícios, que a desigualdade representa um conjunto de pontos e que, assim, estarão determinando regiões no plano cartesiano formadas por pontos que respeitam as restrições de coordenadas.

Figura 2: Colorindo regiões.

a) Digite a seguinte desigualdade: $0 < x < 2$. Descreva com palavras o que você está vendo. Desenhe o resultado obtido.



b) Digite, no mesmo sistema de coordenadas, em outra cor a desigualdade: $-3 < y < -1$. Desenhe o resultado obtido e descreva com palavras suas observações.



c) Em um novo sistema de coordenadas, digite as inequações $\begin{cases} 0 < x < 4 \\ -3 < y < -1 \end{cases}$ em uma mesma relação. Descreva com palavras suas observações e desenhe o resultado obtido.

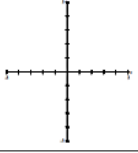
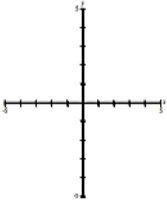


Figura 3: Construindo retas.

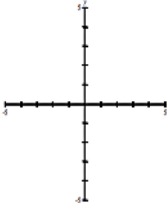
a) Em sistema de coordenadas escreva as equações:
 $y = x$ $y = x + 1$ $y = x - 3$.

Faça a representação no sistema abaixo e descreva as suas observações.



b) Em um mesmo sistema de coordenadas escreva as equações:
 $y = x$ $y = 2x$ $y = \frac{1}{2}x$

No sistema abaixo desenhe o que observou e escreva suas observações.



Fonte: http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/dissertacoes/Goulart_Juliana.pdf

Esses exercícios são sugeridos para que os estudantes tenham noção de como plotar equações. A ideia é que eles escolham a posição do sistema de coordenadas onde o gráfico será plotado. No caso do nosso exemplo, a partir da Figura 3, o sistema de coordenadas foi posto no centro da figura e foi utilizada uma régua para colocar a escala nos eixos. Ainda existe a possibilidade de reproduzir a figura em outros quadrantes. Posteriormente a esses exercícios os estudantes devem iniciar a reprodução da obra de arte escolhida pelo grupo.

Com o intuito de exemplificar a proposta com o uso do GrafEq e proporcionar ao professor uma visão geral sobre a atividade, tomou-se a criação do pintor e fotógrafo brasileiro Geraldo de Barros (1923 - 1998), importante artista do movimento concretista brasileiro. Selecionou-se a obra ilustrada na figura 4, que não possui título. Sua escolha se deu pelo fato de ela apresentar traços geométricos simples de serem plotados, o que foi considerado adequado para uma atividade inicial com a utilização do *software* GrafEq para a reprodução da obra.

Figura 4: Obra de Geraldo Barros



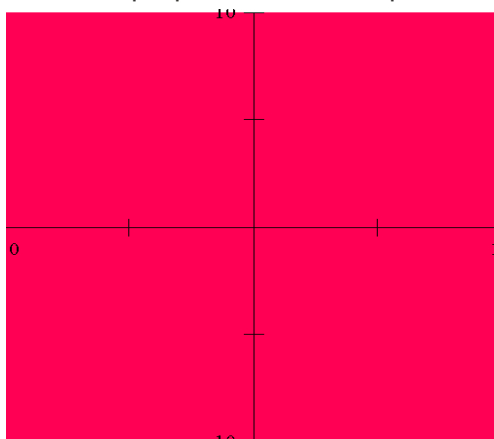
Fonte: <http://www2.mat.ufrgs.br/~mat01074/20072/clarissa/FIGURAS%20DA%20PAG/cubo.jpg>

Vale ressaltar que o GrafEq está programado para exibir o plano cartesiano com o eixo das abscissas e das ordenadas variando de 10 a -10. Contudo, o estudante pode modificar esta programação assim que plotar sua primeira equação. Também é relevante destacar que no momento em que se escreve a equação pode-se estabelecer uma restrição ou condição. Para tanto, deve-se pressionar a tecla "tab" do teclado para que apareça a nova janela de digitação da nova equação - ou inequação. As relações utilizadas para a reprodução da obra de Geraldo Barros encontram-se abaixo:

Relação #1: Utilizada para preencher o plano na cor vermelha.

$$x > -10$$

Figura 5: GrafEq depois de inserida a primeira relação



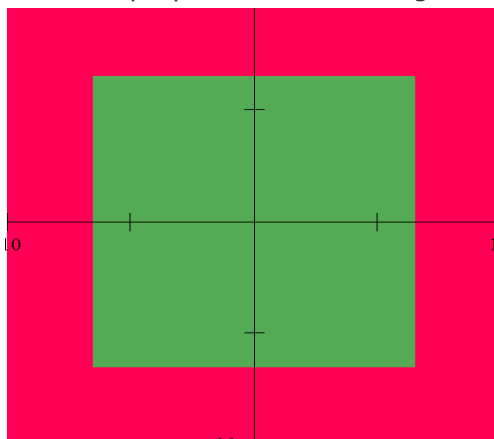
Fonte: Elaborado pelas autoras.

Relação #2: Utilizada para construir o quadrado verde.

$$-13/2 \leq y \leq 13/2;$$

$$-13/2 \leq x \leq 13/2$$

Figura 6: GrafEq depois de inserida a segunda relação



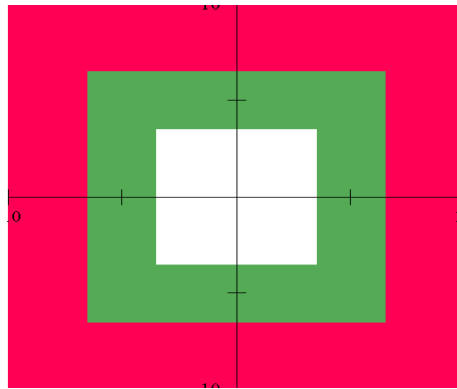
Fonte: Elaborado pelas autoras.

Relação #3: Utilizada para a construção do quadrado branco.

$$-7/2 \leq y \leq 7/2;$$

$$-7/2 \leq x \leq 7/2$$

Figura 7: GrafEq depois de inserida a terceira relação



Fonte: Elaborado pelas autoras.

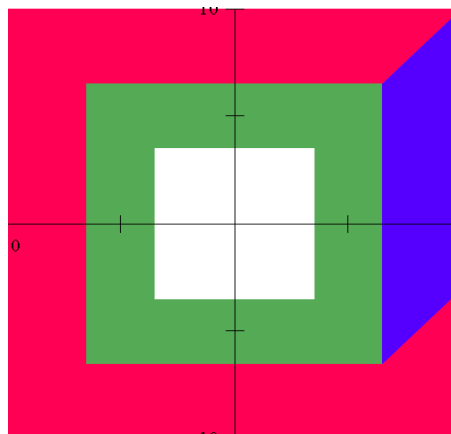
Relação #4: Utilizada para construir a parte na cor azul, na lateral da imagem.

$$y <= x;$$

$$13/2 <= x < 10;$$

$$y >= x - 13$$

Figura 8: GrafEq depois de inserida a quarta relação



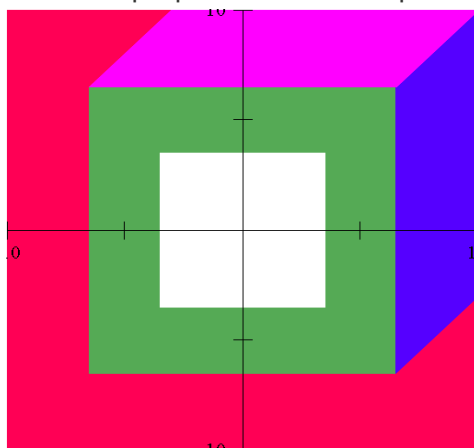
Fonte: Elaborado pelas autoras.

Relação #5: Utilizada para construir a parte na cor rosa.

$$y < x + 13; -13/2 <= x <= 10;$$

$$x < y <= 13/2$$

Figura 9: GrafEq depois de inserida a quinta relação



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Relação #6: Utilizada para construir a parte na cor laranja.

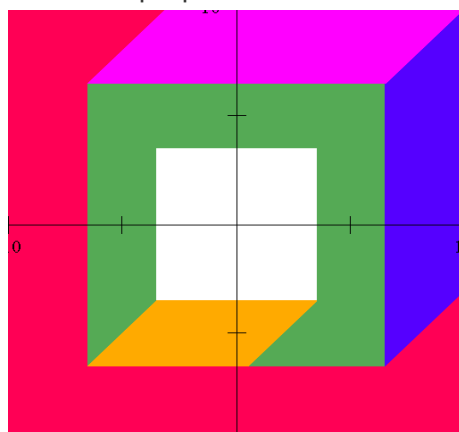
$$y < x;$$

$$-13/2 \leq x;$$

$$-13/2 \leq y \leq x-7;$$

$$y < -7/2$$

Figura 10: GrafEq depois de inserida a sexta relação



Fonte: Elaborado pelas autoras.

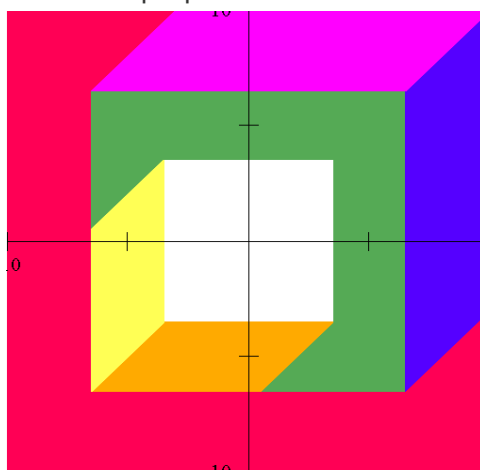
Relação #7: Utilizada para construir a parte na cor amarela.

$$y \leq x+7;$$

$$-13/2 \leq x \leq -7/2;$$

$$y > x$$

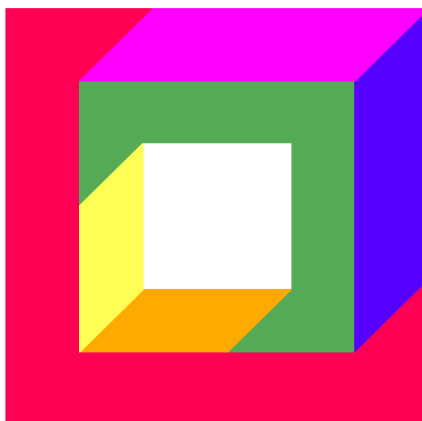
Figura 11: GrafEq depois de inserida a sétima relação



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Ao final da construção pode-se selecionar a opção de não mostrar os eixos coordenados. Assim, pode-se visualizar a imagem construída de forma mais clara.

Figura 12: Obra reproduzida



Fonte: Elaborado pelas autoras.

MODELO MATEMÁTICO: significação e modelação

Com o objetivo de se concluir o modelo, “[...] torna-se necessária uma avaliação para verificar em que nível ele se aproxima da situação-problema representada.” (BIEMBENGUT; HEIN, 2010, p. 15). Desse modo, com a obra reproduzida no *software*, os estudantes avaliarão se é, ou não, significativa e relevante a solução dada - validação. Em outras palavras, os estudantes, ao final da atividade, poderão examinar se o trabalho feito no GrafEq está condizente com a obra escolhida.

A utilização do *software* - em especial, o GrafEq - permite ao estudante uma rápida resposta sobre seu raciocínio, visto que ao plotar uma inequação é possível visualizar imediatamente o que foi pensado, validando ou não o raciocínio utilizado. Como o computador permite essa rápida resposta, a validação do modelo feita pelo estudante pode ser facilmente verificada, repensada ou corrigida.

Para uma melhor validação e valorização da atividade, sugere-se montar uma revista virtual com as obras de arte reproduzidas por meio do *software*, disponibilizando-a para todos os estudantes da escola. Nessa revista podem ser abordados os dados sobre as obras de arte escolhidas pelos estudantes, bem como suas construções realizadas no GrafEq, abrindo espaço para que os estudantes comentem sobre as aprendizagens proporcionadas pela atividade.

No que diz respeito à avaliação da atividade, pensa-se que o professor deverá acolher as dificuldades no sentido de auxiliar o estudante a superá-las, considerando seu avanço durante determinado período. Ressalta-se que a avaliação deve ser realizada por meio da observação quanto à participação, ao envolvimento e interesse dos estudantes ao longo das atividades propostas. Enfatiza-se que a avaliação se trata de um processo, e não um produto.

A respeito da avaliação, Demo salienta que

- a) Apenas o resultado de uma prova não permite afirmarmos que a nota verifica a aprendizagem.
- b) Ao atribuir notas a um conjunto de trabalhos de um aluno, quase sempre surge a necessidade de sintetizá-las através de um único número. Para isso recorre-se a algum tipo de média. Esta é sempre abstrata, pois sendo formada a partir de medidas pontuais, desconsidera todo o processo de ensino que foi vivenciado. (DEMO,1999, p. 24).

Os estudantes possuem diferentes necessidades e podem contribuir de distintas maneiras nas atividades propostas e isso depende muito do professor, que deve avaliar considerando que o erro

também faz parte do processo de educação (HOFFMANN, 2007), e que ao errar também se aprende. É socializando e expondo nossas dúvidas que enxergamos as portas que nos abrem caminhos para a verdadeira construção do conhecimento.

5. SOBRE A ATIVIDADE: POSSIBILIDADES E LIMITES DE APLICAÇÃO

Sobre a atividade proposta, considera-se crucial, na tentativa de ensaiar um fechamento, apontar algumas possibilidades e alguns limites de sua aplicação.

A respeito dos possíveis ganhos que tanto o aluno, quanto o professor obtêm com uma atividade mais dinâmica, acredita-se que a articulação de diferentes disciplinas no ensino estimula a curiosidade dos estudantes e permite que experienciem propostas mais reais, afinal as diferentes áreas do conhecimento não são disjuntas. Ademais, o ensino com a utilização de recursos digitais, bem como com a utilização das etapas de Modelagem, possibilita uma aula menos repetitiva e mais dialogada quando estes são utilizados de modo construtivo.

Apesar de nos considerarmos otimistas quanto à aplicação das atividades aqui propostas, suas limitações consistem, principalmente, em um desafio apresentado por muitos educadores do século XXI: a dificuldade de utilizar, em suas aulas, novas perspectivas de ensino e de aprendizagem com recursos computacionais. Estudos que abordam essa dificuldade podem ser encontrados, por exemplo, em Valente (1998), Moran, Masseto e Behrens (2000) e Hoffmann e Fagundes (2008).

Não se tem a intenção, aqui, apontar que a função do professor é a de salvar o ensino, visto que outras questões estão em jogo. Embora nos últimos anos tenha-se notado um avanço nos investimentos e políticas públicas voltadas à utilização dos recursos computacionais e diferentes metodologias de ensino, a escola parece não conseguir acompanhar as modificações e os avanços que ocorrem na sociedade em termos tecnológicos. Um exemplo disso pode ser verificado no sucateamento das escolas públicas, bem como no “comércio” que muitas instituições privadas fazem com o ensino.

Espera-se do professor um aprimoramento de sua prática pedagógica que permita que o estudante construa seu conhecimento com auxílio do docente, seu orientador. Em suma, o que se espera do professor, em todos os discursos e todas as políticas educacionais é que ele seja crítico, inovador, que reflita sobre sua prática e que busque fazer a diferença. Sabe-se que na contemporaneidade o discurso de inovação de práticas pedagógicas por meio das Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação se prolifera velozmente, em que maneiras “corretas” de ensinar e aprender influenciam diretamente quem lê, quem ensina e quem aprende. Justamente por isso, uma metodologia de ensino não deve ter a pretensão de mostrar um único caminho a ser seguido. É, portanto, mais uma possibilidade de ensino dentre outras possíveis de serem utilizadas.

6. NOTAS DE TEXTO

1. O download do GrafEq pode ser realizado em: <http://www.peda.com/grafeq/>

7. REFERÊNCIAS

BIEMBENGUT, Maria Salete; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2010.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa**. Campinas: Autores Associados, 2011.

_____. **Metodologias da avaliação**: de como ignorar, em vez de enfrentar problemas. Campinas: Autores Associados, 1999.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GRAVINA, Maria Alice. (Org.) et al. Geometria dinâmica da escola. In: GRAVINA, Maria Alice et al. (Org.). **Matemática, Mídias Digitais e Didática**: tripé para formação do professor de Matemática. Porto Alegre: Evangraf, 2012. p. 26-45.

GRILLO, Marlene Correro; GESSINGER, Rosana Maria. Constituição da identidade profissional, saberes docentes e prática reflexiva. In: Lima, Valderéz Marina do Rosário (Org.). **A gestão da aula universitária**. Porto Alegre: ediPUCRS, 2008. p. 35-42.

HALBERSTADT, Fabrício Fernando; FIOREZE, Leandra Anversa. O ensino e aprendizagem dos objetos reta e desigualdades com o GrafEq: uma abordagem com vistas à Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **RENOTE**. Revista Novas Tecnologias na Educação, v. 13, p. 1/1-10, 2015.

HOFFMANN, Jussara. **O jogo do contrário em avaliação**. 3. ed. Porto Alegre: Mediação, 2007.

HOFFMANN, Daniela Stevanin; FAGUNDES, Léa da Cruz. Cultura Digital na Escola ou Escola na Cultura Digital? **RENOTE**: Revista Novas Tecnologias na Educação, Porto Alegre, v.6, n. 1, jul. 2008.

MALTEMPI, Marcus Vinicius. Novas tecnologias e construção de conhecimento: reflexões e perspectivas. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2005, Porto. **Anais eletrônicos ...** Disponível em: <<http://www.rc.unesp.br/igce/demac/maltempi/Publicacao/Maltempi-cibem.pdf>>. Acesso em: 8 jan. 2018.

MORAN, José Manuel; MASETTO, Marcos; BEHRENS, Marilda Aparecida. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2000.

PAPERT, Seymour. **A máquina das crianças**: repensando a escola na era da Informática. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PRENSKY, Marc. Nativos Digitais, Imigrantes Digitais. Tradução de Roberta de Moraes Jesus de Souza. **On the Horizon**. MCB University Press, v. 9, n. 5, 2001.

RAMPON, Marina; FIOREZE, Leandra Anversa. Contribuições do software Grafeq nos processos de ensino e aprendizagem da função afim. In: Márcia Rodrigues Notare, Elizabete Zardo Búrigo, Marcus Vinicius de Azevedo Basso, Maria Alice Gravina. (Org.). **Mídias Digitais e Matemática**: relatos da sala de aula. 1ed. Porto Alegre: Chá com nozes, 2017, v. 1, p. 181-194.

VALENTE, José Armando. **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. 2 ed. Campinas, SP: Unicamp/NIED, 1998.