

**CIÊNCIAS HUMANAS****PlanCarter: construção de um jogo didático como estratégia para o ensino de coordenadas cartesianas**

PlanCarter: construction of a didactic game as a strategy for teaching cartesian coordinates

Francisco Vieira Dias¹, Cristiano S. Macêdo²

RESUMO

O Ensino de coordenadas cartesianas é relevante na formação dos estudantes. É onde a álgebra encontra a geometria e surgem os sistemas de referências, as funções, os gráficos e, diversas aplicações científicas. O objetivo do estudo foi desenvolver uma forma de ensinar coordenadas cartesianas aos estudantes em contributo às limitações da aprendizagem por meio de um jogo didático desenvolvido no âmbito da pesquisa. O estudo foi de abordagem qualitativa e, descritiva quanto aos objetivos. A primeira fase foi a construção do jogo didático e a segunda a experimentação com a população de estudantes da 1ª série de Ensino Médio de uma escola pública com amostra de 40 estudantes. Os dados foram coletados por meio de questionário, observação e, alguns registros de atividades dos estudantes. Após as análises concluímos que utilizar o jogo numa prática escolar ativa, demonstrou amenizar algumas dificuldades de aprendizagem e melhorar outras como: obter as coordenadas a partir de uma função, localizar pontos, retas e curvas no plano, operar os números negativos e positivos, dentre outras.

Palavras-chave: Jogo PlanCarter; ensino de coordenadas cartesianas; aprendizagem matemática.

ABSTRACT

The teaching of Cartesian coordinates is relevant in the formation of students. Is where algebra meets geometry and arises the reference systems, functions, graphs and various scientific applications. The aim of the study was to develop a way of teaching Cartesian coordinates to students in order to contribute to learning limitations through a didactic game developed in the research scope. The study was qualitative approach and descriptive as to the objectives. The first phase was the construction of the didactic game and the second was the experimentation with the population of students of the 1st grade of a public school with a sample of 40 students. Data were collected through questionnaire, observation and some records of student activities. After the analysis we concluded that using the game in an active school practice, demonstrated to alleviate some learning difficulties and improve others as: get the coordinates

¹ Instituto Federal do Piauí – IFPI, Floriano/PI – Brasil. E-mail: fvdias23@hotmail.com

² Instituto Federal do Maranhão – IFMA, Timon/MA – Brasil. E-mail: cristiano@ifma.edu.br



from a function, locate points, lines and curves in the plane, operate the negative and positive numbers, among others. others.

Keywords: *PlanCarter game; teaching cartesian coordinates; mathematical learning.*

1. INTRODUÇÃO

O que temos percebido há alguns anos em nossa prática docente, ensinando Matemática, é que as aulas exclusivas na lousa, seja para exposição e explicação de conteúdos, seja para a resolução de exercícios, que o que temos conseguido é elevado desinteresse e baixo desempenho dos estudantes.

Observamos que a exposição teórica de conhecimentos científicos na lousa, a resolução de exercícios teóricos no quadro e caderno tem sido a prática predominante para o Ensino de Matemática entre os docentes, embora as pesquisas, como a de Silva (2009) e Magina *et al.* (2000) apontem que o Ensino de Matemática deva avançar na direção de outras perspectivas, como os métodos ativos, por exemplo.

O conteúdo matemático do plano cartesiano é introduzido no currículo nacional na primeira série do Ensino Médio, apesar de haver alguns ensaios no Ensino Fundamental. No Ensino Médio, os estudantes precisam associar o que aprenderam de álgebra e geometria, vistos até então separadamente, o que requer prévia apropriação destes conteúdos. Esta premissa se constitui um princípio de dificuldades, se considerarmos que os conteúdos que deveriam ser aprendidos de fato, foram em boa parte esquecidos, devido ao processo de Ensino memorístico que os estudantes utilizam apenas para fazer os exames e depois esquecerem. Some-se a isto, a grande quantidade de informações imprimidas pela elevada quantidade de disciplinas e conteúdos no currículo e, a exposição incessante de informações nas mídias, na sociedade da informação e comunicação. No caso da escola pública brasileira, alia-se ainda as diversas mazelas de ausência de infraestrutura de apoio ao Ensino tais como: instrumentos de laboratórios atuais, política de formação de professores, materiais de apoio ao Ensino apropriados, grupos de estudos e pesquisas científicas, dentre outros. Muito nos leva a razoável compreensão que os métodos tradicionais utilizados não são eficazes para a construção do conhecimento nos dias atuais.

Nossa ideia inicial seria utilizar alguma estratégia para ensinar. Isso porque dentre algumas experiências observadas com os assuntos da Matemática, percebemos que o fator prática (não aquelas que produzem habilidades cognitivas de lápis e papel, mas outra, em que o aluno manuseia materiais de experimentos) dificilmente estava inserido, para constituição de uma relação teoria-prática que oferecesse sentido aquelas atividades de lápis e papel.

Diante do exposto, não encontrávamos uma forma apropriada para ensinar coordenadas cartesianas, mas, percebemos que os jogos poderiam ser ferramentas importantes para auxiliar na aprendizagem. Segundo, Huizinga (2007), por ser uma característica não apenas humana, mas de outros animais, jogar é uma ação acima de tudo motivadora. Esta ideia, nos remeteu a uma possibilidade de iniciar, com jogos, uma vez que a Matemática necessita de fato do atributo motivação.



Nos debruçando um pouco mais sobre os jogos na perspectiva de Huizinga (2007) passamos a enxergar o jogo não apenas como uma ferramenta de auxílio, mas uma técnica de ensinar o conteúdo de coordenadas cartesianas. Utilizar jogos para ensinar nos parecia romper com nosso modelo constituído de uma mera ferramenta de auxílio, mas englobando o processo de ensinar. Porém, como o estudante realmente aprenderia na acalourada atividade de brincar, se a concentração é necessária para compreensão da Matemática? É possível neste cenário?

Smole *et al.* (2008) nos esclareceu que não necessariamente a aplicação de jogos tem o foco em determinada parte ou assunto do conteúdo, mas, volta-se a resolução de problemas, ela é o foco que faz com que o jogador enfrente situações para resolver determinado problema e é exatamente onde o raciocínio lógico do jogador entraria em ação e passaria a ser exercido juntamente com o pensamento, a reflexão sobre os problemas, a imaginação, dentre outras estruturas, à medida que os sujeitos jogam. Tratando de conceitos científicos, não nos parecia ainda coerente o que delineava Smole *et al.* (2008). Contudo, Carvalho (2016) ao discorrer sobre o Ensino por Investigação nos apresentava uma relação entre o conhecimento científico e a prática de resolver problemas de investigação por meio de atividades cotidianas, onde poderia estar inserido o jogo nesse contexto.

Desse modo, propomos a elaboração de um jogo como estratégia de Ensino de coordenadas cartesianas de modo a contribuir com práticas mais alinhadas ao contexto social para a aprendizagem dos estudantes. Elaboramos então o seguinte problema científico: Quais as contribuições de um jogo didático, como ferramenta de Ensino de coordenadas cartesianas para estudantes da primeira série do Ensino Médio numa escola pública do município de Oeiras/PI?

Na busca de respostas ao problema científico, o objetivo do estudo foi elaborar um jogo didático para ensinar coordenadas cartesianas aos estudantes da primeira série do Ensino Médio, analisando as contribuições do mesmo na aprendizagem, na realidade de uma escola pública do município de Oeiras/PI.

Para atingir este objetivo, procuramos verificar os conhecimentos dos alunos em relação às coordenadas cartesianas, para que a partir de então fosse possível pensar a elaboração do jogo didático como experimento para o Ensino de coordenadas cartesianas e, após o desenvolvimento e aplicação deste, analisar os impactos do jogo na aprendizagem dos estudantes.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. UM POUCO SOBRE O ENSINO DE COORDENADAS CARTESIANAS

Segundo Nascimento (2011), para ensinar coordenadas cartesianas é necessário que os estudantes desenvolvam certas habilidades, como de manipulação de eixos coordenados do plano de forma eficiente, e de compreender e interpretar gráficos de funções dentre outras.

O Ensino de coordenadas cartesianas trazidas nos livros didáticos, como bem descreve Aliano (2016), detalham o trabalho com os conceitos e exemplificações desse



conteúdo, entretanto, em relação à prática fica restrita a resolução de exercícios na lousa e caderno o que proporciona aos alunos apenas a memorização destes conceitos.

O autor supracitado explana que os livros didáticos de Matemática, estimulam a aprendizagem do conteúdo teórico das coordenadas cartesianas, contudo, não demonstram as aplicações práticas deste conteúdo, o que deveria ser repensado, uma vez que este detém tantas aplicações, como na arte, no desenho geométrico, na arquitetura, sistemas geoespaciais, oceanográficos, engenharias, dentre diversas outras aplicações que se torna uma fragilidade dos livros não utilizarem destas, para proporcionar um novo tipo de aprendizagem deste conteúdo.

Outro ponto a ressaltar é que são tênues ou nenhuma as orientações práticas nos livros de Matemática. Ressaltamos que esta não é uma limitação exclusiva dos livros, mas de instituições e profissionais da educação envolvidos.

Observamos que a ação docente deve prevalecer sobre o conteúdo sistematizado do livro para que seja possível quebrar modelos, mas sem deixar de reconhecer a relevância dos livros no processo educativo. A crítica é que se valendo do livro didático uma grande quantidade de professores de Matemática ensinam por mecanização. O Ensino de coordenadas cartesianas não é diferente e necessita ser repensado.

2.2. CONCEITO DE JOGO PARA O ENSINO DE COORDENADAS CARTESIANAS

Inicialmente nos apropriamos de autores como Huizinga (2007), Kishimoto (2017) e Caillois (2017) que se dedicaram a compreender a temática jogo e suas contribuições. Ressaltamos que as ideias destes três autores citados coadunam no entendimento que, o jogo é uma atividade regida por regras e ainda comungam entre si que é uma atividade livre e social porque não se joga sozinho. Para esse estudo compreendemos jogo como uma atividade voluntária, realizada dentro de um sistema de regras e contextualizado capaz de auxiliar na construção de conhecimento do jogador de tal forma que tendo fim em si, promove aprendizagem.

Não é demais reconhecer que na atual conjuntura das salas de aula de Matemática das escolas públicas de nível médio, o professor utiliza tão somente o quadro e o livro didático. Sem deixar de reconhecer que em algumas realidades há algum tipo de atividade diferenciada, essas práticas livrescas e expositivas só contribuem para que o Ensino da Matemática se torne mecanizado, insuficiente, excludente, desinteressante e desestimulante. É nesse sentido que atividades como os jogos pedagógicos podem contribuir com o processo de Ensino e Aprendizagem, que segundo Antunes (2017, p.11) eles auxiliam na construção do conhecimento de forma a não perder de vista os elementos sociais, éticos, assim como o desenvolvimento cognitivo e a motivação de aprender.

[...] a aprendizagem é tão importante quanto o desenvolvimento social e o jogo constitui uma ferramenta pedagógica ao mesmo tempo promotora do desenvolvimento cognitivo e do desenvolvimento social. Mais ainda, o jogo pedagógico pode ser um instrumento da alegria. Uma criança que joga, antes de tudo o faz porque se diverte, mas dessa diversão emerge a de convívios éticos. (ANTUNES, 2017, p.11).



Outros autores corroboram com essa perspectiva, a exemplo de Smole *et al.* (2008, p.9) que destacam que,

[...] o trabalho com jogos é um dos recursos que favorece o desenvolvimento da linguagem, diferentes processos de raciocínio e de interação entre os alunos, uma vez que durante um jogo cada jogador tem a possibilidade de acompanhar o trabalho de todos os outros, defender pontos de vista e aprender a ser crítico e confiante em si mesmo.

Observamos que Smole *et al.* (2008), destacam ainda aspectos como a linguagem desenvolvida no processo de jogar e o desenvolvimento cognitivo e social do jogo, uma vez que os participantes acompanham o trabalho de quem vai realizar a jogada, de quem joga, exercendo o pensamento, a elaboração de hipóteses que podem favorecer o desenvolvimento do educando.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) expõem que os jogos são ferramentas pedagógicas que concedem a elaboração de estratégias de resolução de problemas. Destaca ainda que, os jogos estimulam o planejamento das ações, possibilitam simulações de resolução de problemas de forma imediata, além de provocar uma postura positiva perante os erros, pois os jogadores terão a oportunidade realizar uma análise da jogada que o levou ao erro e, com isso, buscar novos caminhos para chegar ao acerto. (BRASIL, 1998).

Em síntese, Antunes (2017), Smole *et al.* (2008), Huizinga (2007), Caillois (2017) e Kishimoto (2017), coadunam a ideia que os jogos proporcionam atitudes de cooperação, respeito mútuo e troca de ideias, levantamento de hipóteses, resolução de problemas e motivação. Aspectos essenciais que podem contribuir com a aprendizagem. Transpondo para a realidade de ensinar coordenadas cartesianas, além de contemplar a ação de cooperação geralmente não vista nas salas de aulas de Matemática, dentro do que os autores mencionaram, os jogos nos parece ser capaz de contribuir com a aprendizagem de coordenadas cartesianas.

2.3. O JOGO COMO UMA FERRAMENTA PARA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Segundo Kishimoto (2017) o jogo no Ensino da Matemática é justificado quando se introduz uma linguagem Matemática onde serão inseridos conceitos matemáticos de forma gradativa, isso ocorre quando é desenvolvida a capacidade de enfrentamento das situações presentes no jogo e quando também é estendida para promover os significados dos conceitos da Matemática.

Para Smole *et al.* (2008) o jogo tem caráter educativo, visto que o mesmo também carrega conteúdos culturais, fazendo com que o seu uso passe por um elo de identidade cultural e cotidiana. Assim sendo, é possível, ancorar o prévio ao novo conhecimento. De forma análoga, seriam os conceitos matemáticos de coordenadas cartesianas aos aspectos do senso comum que podem ser revelados pela atividade de jogar, como nos movimentos das peças, percepção de problemas, tomadas de decisões, objetivos do jogo, reflexão sobre o erro, execução das regras, dentre outros



onde o conhecimento, e os artifícios matemáticos podem representar formas mais eficientes de jogar e a aplicação desta na prática do jogo pode representar aprendê-la.

Jogos de tabuleiro como Damas, Xadrez, necessitam de regras, como apontam os autores supracitados. Mas há a possibilidade de alterações, em acordo com os que jogam. Isto proporciona a experiência com o jogo construído, pois uma regra pré-estabelecida que não se adequa ou não seja conveniente, pode ser alterada por todos os envolvidos de modo que não comprometa o objetivo do jogo e, vai se construindo dentro da vivência dos estudantes.

2.4. BREVE DISCORRER SOBRE O ENSINO POR INVESTIGAÇÃO

Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2016), investigar, no processo de Ensino e Aprendizagem, não se refere a resolver problemas refinados, trata-se inegavelmente na formulação de questões em que as respostas não são óbvias. Os autores deixam claro que a investigação não se trata necessariamente em trabalhar com situações problemas com grandes dificuldades, mas com questões que exigem uma análise, interpretação e fundamentação rigorosa para resolvê-las.

Na visão de Carvalho (2016, p.20) o Ensino por Investigação tem como objetivo “levar os alunos a pensar, debater, justificar suas ideias e aplicar seus conhecimentos em situações novas, usando os conhecimentos teóricos e matemáticos”. Quando o lado investigativo é provocado dentro do contexto do Ensino o discente buscará subsídios além da sala de aula para dar novos significados ao que lhe foi proposto e com isso surgirá novas respostas e novos meios de resolução. Ao docente cabe fornecer caminhos que irão proporcionar a investigação, dando subsídios para que os estudantes tomem posicionamentos investigativos. As atividades aguçam a vontade do saber e devem ser organizadas com o intuito de uma aprendizagem fundamentada nos princípios da investigação. (CARVALHO, 2016).

3. METODOLOGIA

A abordagem do estudo foi qualitativa pois “o interesse esteve centrado na subjetividade, nas opiniões dos sujeitos e a vivência social” para a construção do conhecimento na dinâmica do fenômeno estudado. Os objetivos são apresentados na forma de textos descritivos. (MACÊDO; EVANGERLANDY, 2018, p.71). A primeira fase foi a construção do jogo PlanCarter e, a segunda a experiência vivenciada com a amostra de estudantes da 1ª série de Ensino Médio de uma escola pública estadual de Tempo Integral (CETI) Rocha Neto, localizada na cidade de Oeiras/PI. Os dados foram coletados por meio de questionários, observação participante e registros dos estudantes. Na segunda fase, ou seja, na experiência com os estudantes, a medida que eles se apropriavam dos conteúdos, foram questionando as funções e limitações do jogo, propondo novas regras e construindo o novo modelo de jogo.

Os dados foram analisados com base nos encontrados nos questionários, onde foram eleitas categorias de análises e também com dados da observação e atividades registradas pelos discentes. Após a coleta, os dados foram sistematizados, tabulados e categorizados, para composição das análises, valorizando os aspectos pertinentes ao fenômeno investigado. Foi realizada a triangulação entre os encontrados nos



questionários, com o referencial teórico e as observações. Alguns trechos ainda com a verificação de atividades dos discentes realizadas no caderno.

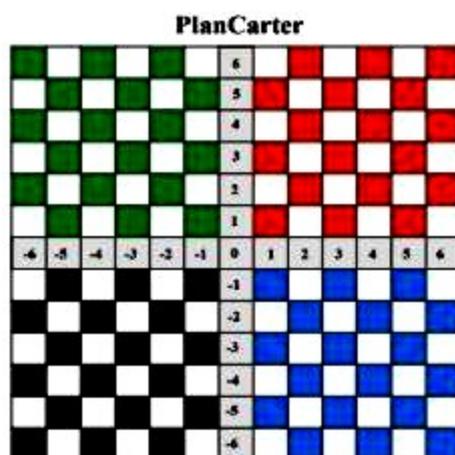
4. ANÁLISE E RESULTADOS

4.1. A GÊNESE DO PLANCARTER

Com base nas ideias supramencionadas, iniciamos a construção do jogo PlanCarter, (de autoria dos autores deste trabalho). O nome surgiu em exame de qualificação deste estudo, sugerida entre os pares, é a junção das iniciais da palavra Plano Cartesiano. O jogo é de tabuleiro para proporcionar a ideia de resolução de problemas ao material físico. A ideia foi que em sua estrutura física, apresentasse uma linha com valores inteiros que variam dos números - 6 (menos seis) até + 6 (mais seis), escolhidos pelos autores de forma que 06 (seria margem para um tabuleiro palpável) representando o eixo das abscissas e um eixo com valores inteiros que variam na mesma proporção representando o eixo das ordenadas.

Os eixos das abscissas e das ordenadas se cruzam na coordenada (0, 0) dividindo o tabuleiro em 04 (quatro) quadrantes 06 por 06, na qual o quadrante vermelho denominamos de quadrante 1, o verde, quadrante 2, o preto, quadrante 3 e o azul, quadrante 4. Após diversas inquietações, elaboramos o jogo para um total de 72 (setenta e duas) peças distribuídas nas coordenadas de cores vermelhas, verdes, pretas e azuis, sendo que cada peça representa uma coordenada cartesiana, ou seja, um ponto no plano. Deste modo, cada quadrante é ocupado com 18 peças. (figura 1).

Figura 1 - Tabuleiro elaborado do jogo PlanCarter.

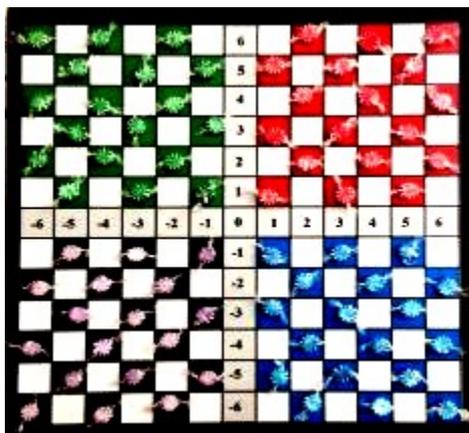


Fonte: Elaborada pelos autores (Jun, 2018).

Na procura de peças em mercados e lojas, buscávamos uma forma de representá-las, como botões ou pedrinhas coloridas, mas não obtivemos sucesso. Pensamos ser interessante utilizar balinhas, uma vez que adolescentes geralmente são carismáticas, as balinhas. Assim assumimos a escolha destas balinhas como peças iniciais para o jogo PlanCarter, conforme podemos observar na figura 2.



Figura 2 - Distribuição de peças (balinhas) para início de uma partida.



Fonte: Elaborada pelos autores (Jun, 2018).

Diferente dos demais jogos presentes no mercado que são construídos com o intuito de promover o jogo como diversão, pensamos num jogo didático baseado na investigação com finalidade de brincar e a possibilidade de aprender coordenadas cartesianas. Kishimoto (2017) aponta que os jogos podem ter fins pedagógicos e promover o conhecimento e, Smole *et al.* (2008) acrescenta que nos jogos o conhecimento pode fazer referências aos conceitos matemáticos.

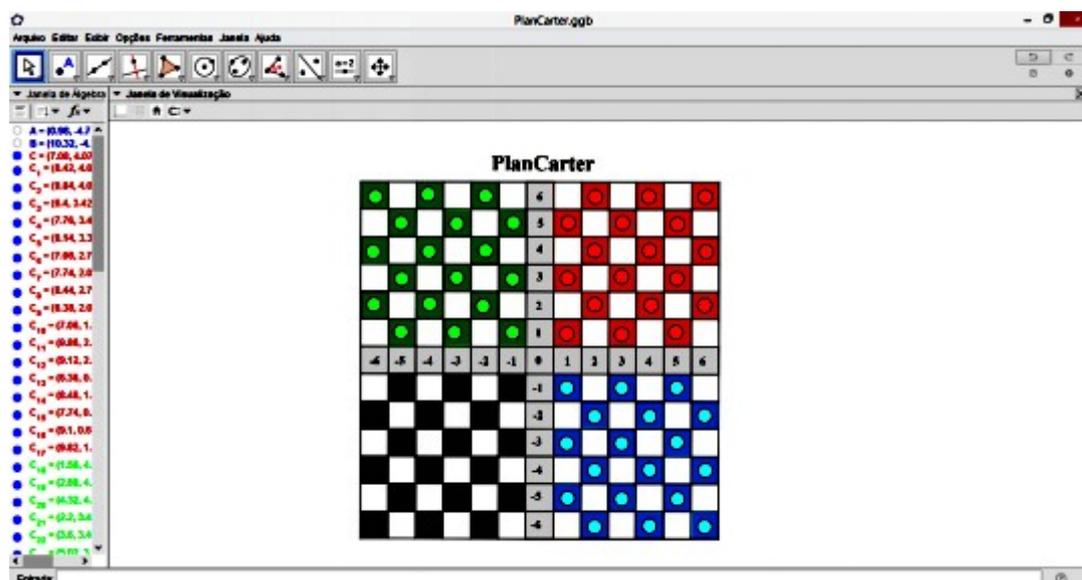
A ideia foi de colarmos cartas com base em funções matemáticas para serem investigadas. A elaboração das funções foi a parte mais complicada e demorada do jogo. Tivemos que nos atermos a formulação de problemas a serem investigados de modo a atingir o maior número de peças do tabuleiro.

Nossa estratégia foi elaborar cartas funções, para isso utilizamos o *software* GeoGebra colocando pontos coordenados no plano indicando as coordenadas cartesianas das peças do PlanCarter, escrevemos uma função $g(x) = ax^2 + bx + c$, com a , b e c números reais, e criamos controladores deslizantes para os coeficientes a , b e c . A partir daí, fomos alterando os valores dos coeficientes a , b e c para obtermos as funções com maior número de coordenadas no jogo o que geraria um ponto de menor complexidade ao encontrar esses valores e depois tráfegar para maior complexidade (ver figura 3).

Segundo Nascimento (2011), o estudo das coordenadas cartesianas auxilia no desenvolvido de habilidades de manipulação de eixos coordenados do plano e a compreensão e interpretação de gráficos de funções, como comentamos anteriormente. Após vários testes elaboramos um conjunto de 38 (trinta e oito) cartas, sendo 2 (duas) destas coringas e, 36 (trinta e seis) com funções matemáticas, na qual o Plancarteriano (jogador), deverá calcular a ordenada formando, assim, um par ordenado. Apresentamos abaixo o modelo (Figura 4).



Figura 3 – Distribuição de peças para início de uma partida (tabuleiro no GeoGebra).



Fonte: Elaborada pelos autores (Ago, 2018).

Como em todo jogo, as regras se fazem necessárias para que o mesmo possa ser compreendido e praticado. Diante disso, elaboramos as regras do PlanCarter para promover o ensino do conteúdo de coordenadas cartesianas como planejado para a pesquisa. Assim sendo, apresentamos as regras:

1. Os jogadores podem ser distribuídos nos quadrantes (um cada quadrante) por sorteio ou por consenso de todos.
2. O jogo inicia pelo Plancarteriano do quadrante 1 (vermelho) e as demais rodadas seguirá o sentido anti-horário do tabuleiro, até que haja um campeão.
 - 2.1. O jogador pegará uma carta do monte e colocará a mesma na mesa para que os demais jogadores possam observar a função contida na mesma. Essa carta terá uma função matemática que servirá para uma rodada e contemplará todos os jogadores.
 - 2.2. O jogador do quadrante vermelho escolhe uma carta e em seguida a abscissa (números que estão na linha central do tabuleiro). Depois, calculará a ordenada (números da coluna central do tabuleiro), encontrando, assim, a coordenada cartesiana (x, y) na qual o mesmo retirará a peça que ocupa essa coordenada. Depois o jogador do quadrante verde, usando a mesma carta, fará o mesmo procedimento do jogador anterior. Em seguida, o jogador do quadrante preto e, por último, o jogador do quadrante azul.
 - 2.3. A segunda rodada iniciará com o jogador do quadrante verde, na qual seguirá o procedimento descrito no item 2.2, sempre no sentido anti-horário. A terceira rodada iniciará com o jogador do quadrante preto e a quarta rodada iniciará com o jogador do quadrante azul.



Figura 4 - Apresentação das cartas do jogo PlanCarter.



Fonte: Elaborada pelos autores (Ago/Set, 2018).

2.4. A partir da quinta rodada terá os mesmos procedimentos descritos nos itens 2.2 e 2.3.

2.5. Caso a carta retirada seja um coringa, o jogador que a pegou, tem o direito de retirar 03 (três) peças de seus adversários e segue o início de outra rodada com o jogador seguinte retirando outra carta.

2.5.1. O jogador tem a opção de retirar 01 (uma) peça de cada adversário, ou 02 (duas) peças de um e 01 (uma) de outro, ou até mesmo retirar as 03 (três) de apenas um dos adversários.

3. O Plancarteriano deve encontrar uma coordenada cartesiana que tenha peças. Se a coordenada cartesiana encontrada seja uma casa em branco ou não pertencer ao tabuleiro (plano), o Plancarteriano passa a vez para o próximo.

3.1. Os demais Plancarteriano devem verificar se a coordenada encontrada está correta. Caso a coordenada encontrada esteja errada, passará a vez para o próximo.



4. Perde o jogo quando não restar nenhuma peça em seu quadrante.
5. Ganha o jogo aquele que em seu quadrante restar peça (s) e os demais jogadores tenham perdido todas as peças ou o que tenha maior número de peças em seu tabuleiro.
6. Ao identificar a função matemática da carta retirada, a estratégia a ser adotada pelo Plancarteriano é a escolha da abscissa, na qual encontrará uma coordenada ocupada por uma peça que não esteja em seu quadrante.
 - 6.1. Caso a coordenada cartesiana encontrada pertença ao seu quadrante, o Plancarteriano tem que retirá-la.

Figura 5 - Kits montados do Jogo PlanCarter.



Fonte: Elaborada pelos autores (ago./set. 2018).

O jogo PlanCarter está classificado como um jogo de estratégia, se utilizando das considerações de Smole *et al.* (2008) que descrevem os jogos de estratégias como aqueles cujo objetivo é o planejamento de jogadas para a vitória, para isso os jogadores dependem de elaborar suas decisões, buscando as melhores formas para encontrarem resultados satisfatórios.

Nessa perspectiva, os jogadores do PlanCarter traçam estratégias, criam hipóteses para o alcance de resultados, observam as coordenadas nas peças dos adversários, testam valores das abscissas nas funções matemáticas das cartas, levantam outras hipóteses, desenvolvendo investigações matemáticas. Vejamos na figura 6 abaixo os *kits* do PlanCarter dispostos na sala de aula para aplicação.

Antes de iniciarmos a experiência do jogo com os estudantes, aplicamos um diagnóstico sobre coordenadas cartesianas para verificação dos conhecimentos prévios. Numa aula realizada em data posterior ao diagnóstico, em 15 minutos finais apresentamos o jogo, suas regras e jogabilidade para aplicação do mesmo na aula conseguinte.



Figura 6 - Apresentação do jogo PlanCarter.



Fonte: Elaborada pelos autores (ago./set. 2018).

4.2. ANÁLISE E RESULTADOS DA EXPERIÊNCIA COM O PLANCARTER

A partir dos resultados do teste diagnóstico verificamos que os estudantes, mesmo tendo iniciado a aprendizagem do conteúdo de coordenadas cartesianas nas séries finais do Ensino Fundamental e tendo se ampliado no 9º ano e já estudado no primeiro ano do Ensino Médio, aproximadamente 20% (vinte por cento) dos estudantes apresentaram conhecimentos consistentes de coordenadas cartesianas, pelo teste diagnóstico. A grande maioria apresentou dificuldades em reconhecer o conceito de coordenada, abscissa e de função. Dificuldades em encontrar pontos em quadrantes no eixo (x, y) acentuando-se nos quadrantes negativos. Dificuldades em perceber uma função constante, os graus da função, substituir valores para encontrar pontos no gráfico, jogo de sinais, etc.

No primeiro encontro, de um total de 03 (três), realizado no dia 29 de outubro de 2018, a partir das 13 horas, na sala 07 da referida escola pesquisada, a turma foi dividida, em consenso entre os alunos, em 08 (oito) grupos com 05 (cinco) integrantes, totalizando 40 (quarenta) estudantes. Cada grupo dirigiu-se as mesas onde continham os jogos. Desses, 05 (cinco) integrantes de cada grupo, 04 (quatro) praticaram o jogo e 01 (um) ficou observando e ajudando na partida. Isso porque o tabuleiro tem 04 (quatro) quadrantes, que representa quatro jogadores, os grupos divididos em 05 estudantes, um passou a ser o observador.

Observamos nesse encontro, que os estudantes não detinham o conhecimento necessário sobre as coordenadas cartesianas, fato interessante a ser registrado, pois essa percepção ocorreu na observação, logo no início da primeira partida. Assim sendo, foi claro que para superação das dificuldades dos estudantes seria necessário que houvesse mais encontros e mais partidas. Deste modo realizamos mais dois encontros posteriores. Fizemos registro deste dia na figura 7 abaixo:



Figura 7 - Apresentação do jogo PlanCarter.



Fonte: Elaborada pelos autores (ago./set. 2018).

Nas partidas realizadas no encontro em 29 de outubro (primeiro encontro) observamos que alguns alunos apresentaram dificuldades no desenvolvimento do cálculo por mais que estivessem envolvidos, ou até mesmo ansiosos para jogar. Foi possível perceber que grande parte das dificuldades estavam relacionadas às operações com sinais, a exemplo da figura 8 a seguir.

Figura 8 - Cálculo da carta $g(x) = x^2 + 4x - 2$ realizada por um estudante.

$$\begin{aligned} g(-2) &= (-2)^2 + 4(-2) - 2 \\ g(-1) &= 1 - 4 - 2 \\ g(-1) &= -4 + 2 \\ g(-1) &= -3 \end{aligned}$$

Fonte: Elaborada pelos autores (out. 2018).

Além dessas dificuldades observamos, ainda nesse encontro, que outro estudante obteve uma visão ampla, pois o mesmo realizou uma conjectura da carta $g(x) = 0,5x^2 - 3,5$ que até esse momento não havíamos previsto, como consta na figura 13 abaixo.

Figura 9 - Percepção do estudante Delgado (nome fictício).

Na carta $f(x) = x$, o valor de x é o mesmo valor de y .

Na carta $g(x) = 0,5x^2 - 3,5$ só pode ser número ímpar pois se não vai dar no final um número quebrado.

Fonte: Elaborada pelos autores (out. 2018).

Este estudante foi capaz de obter padrões para poder encontrar soluções e a partir daí, traçar suas próprias conjecturas. Este aspecto nos fez perceber a possibilidades dos estudantes guiarem outras alternativas e caminhos. Além disso, precisávamos interagir e ficar atento aos questionamentos e descobertas realizadas pelos estudantes. O que então pensamos interessante que a investigação pelos estudantes



se constituísse em problematizar e analisar o próprio jogo, construindo assim conhecimento.

O encontro realizado dia 31 de outubro de 2018 ocorreu de forma diferenciada, em dois momentos. Neste dia propomos a realização de quatro atividades investigativas com objetivo de traçar estratégias por meio da análise do PlanCarter observando as características e traçando conjecturas. Os estudantes divididos em grupos deveriam: 1- Analisar o tabuleiro do jogo; 2- Analisar as cartas do jogo com as funções constantes; 3- Analisar as cartas do jogo com as funções polinomiais do 1ª grau; 4- Analisar as cartas do jogo com as funções quadráticas.

Figura 10 – Estudantes realizado a atividade investigativa.



Fonte: Elaborada pelos autores (out. 2018).

Percebemos que há uma estudante embaralhando as cartas com as funções, outra realizando cálculos e outros dois estudantes observando o que acontece naquele instante. A proposta de colocar o estudante para investigar o próprio jogo na perspectiva de construí-lo demonstrou ser inexoravelmente mais eficaz que a primeira forma que pensamos. Os estudantes demonstraram muito entusiasmo, atenção e realizaram inúmeras percepções e descobertas como podemos observar na figura 11 abaixo.

Figura 11 – Construções dos estudantes.

→ Ímpares formam par com ímpares.
→ Pares formam par com pares.

Fonte: Elaborada pelos autores (out. 2018).

Observamos que um grupo de estudantes percebeu um padrão em todas as coordenadas cartesianas, ou seja, que todas elas são formadas por pares de números inteiros e ambos com mesma paridade. Essa observação vai ao encontro do que apontam Ponte, Brocardo e Oliveira (2016) de que o aluno, em uma investigação Matemática, é provocado a atuar como um verdadeiro matemático, além de formular questionamentos. Os mesmos expõem possíveis soluções e, com isso, geram novos debates com o professor e com os demais companheiros de estudos. Outro grupo descreveu:



Figura 12 - Construções dos estudantes sobre o 1º quadrante.

OBS: Os pares ordenados são todos positivos, sempre são números ímpares com números ímpares e números pares com números pares.

Fonte: Elaborada pelos autores (out. 2018).

Os estudantes perceberam que as coordenadas cartesianas do quadrante 1 são formadas por números inteiros e positivos. O mesmo grupo descreveu

Figura 13 - Construções dos estudantes.

OBS: todos os "x" são negativos e os "y" são positivos e que os "x" tem número negativos e iguais e todos os números pares tem números pares e os ímpares tem pares ímpares 😊

Fonte: Elaborada pelos autores (out. 2018).

Quando descrevem que "os x são negativos e os y são positivos", nos parece que a estão se referindo as colunas, exclusivamente do quadrante 2, já que todos os pares ordenados de uma mesma coluna sempre têm abscissas iguais. Na mesma linha outros estudantes destacaram que o quadrante 2 é constituído por pares ordenados na qual o primeiro valor é um número inteiro negativo e o segundo é constituído por um inteiro positivo. A partir deste ponto enfatizaremos outras percepções e construções dos estudantes identificando-os com letras do alfabeto grego, fictícias para preservar suas identidades que não são de interesse deste estudo.

Alfa compreendeu que, quando a carta contém uma função polinomial do 1º grau, "nas funções com o x negativo, usa a inversão de sinais para fazer as contas", ou seja, nas funções em que o coeficiente do x é negativo, para facilitar a conta, o estudante faz a inversão do sinal da abscissa escolhida, em seguida soma ou subtrai essa abscissa com o termo independente.

Beta conjecturou que "quando x é par o resultado também é par e quando x é ímpar o resultado é ímpar também". Isso implica dizer que a ordenada encontrada tem a mesma paridade da abscissa escolhida.

Delta percebeu que, quando a carta contém uma função constante, para formar uma coordenada cartesiana, precisamos escolher somente uma abscissa de mesma paridade da carta. Nessa perspectiva, Smole *et al.* (2008) chama a atenção que ao jogar surgem oportunidades para o desenvolvimento de habilidades como a resolução de problemas, como também possibilita investigar, refletir e analisar as regras do jogo e, com isso, construir novas regras que proporcionam novas aprendizagens dentro do contexto das aulas ministradas, além de utilizar a observação para identificação de padrões. Percebemos exatamente isto durante a vivência com jogo em sala de aula. No terceiro encontro demos prosseguimento as atividades. Desta vez, a atividade objetivou analisar as cartas contendo funções polinomiais.



Figura 14 – Estudantes analisando funções polinomiais.



Fonte: Elaborada pelos autores (nov. 2018).

Os estudantes foram incentivados a realizarem testes com as cartas e analisar as situações encontradas. O estudante Zeta, retruca: “Estou com dificuldades de escolher um valor de x para poder encontrar uma coordenada das funções quadráticas que está no tabuleiro”. Em auxílio ao colega, o aluno Gama demonstra interesse em tentar ajudar Zeta. Depois de algumas discussões chegam a uma solução com a função quadrática $g(x) = x^2 + 4x - 2$. Descobriram que ao escolherem a abscissa 3 obtiveram a ordenada 19, formando a coordenada cartesiana (3, 19) que não pertence ao tabuleiro do jogo. Diversos outros estudantes chegaram a interpretações semelhantes. Vejamos esse fato no registro em destaque na figura 15.

Figura 15 – Estudantes analisando funções quadráticas.

$g(x) = 0,5x^2 + 1,5x - 1 \rightarrow$ O valor do termo " x " não pode ser maior que 2, pois se o valor for maior que 2 o resultado vai ser maior que 6 (que é o maior valor no jogo). E não pode ser menor que -2, pelo mesmo motivo.

$g(x) = -0,5x^2 + 3,5 \rightarrow$ O valor de x tem que ser ímpar, pois se o valor for par o resultado vai ser um número com vírgula como exemplo 1,5; 2,5; 3,5... entre outros. E não se usa termos com vírgula no tabuleiro.

$g(x) = x^2 + 2x - 2 \rightarrow$ O valor de " x " não pode ser maior que 2 e nem menor que -2 (pelo mesmo motivo da primeira afirmação).

$g(x) = 0,5x^2 - 3,5 \rightarrow$ O valor do termo x tem que ser ímpar. (pelo mesmo motivo da segunda afirmação).

Fonte: Elaborada pelos autores (nov. 2018).

Dentre inúmeros outros encontrados nesta investigação, estes são apenas alguns dos aspectos. A experiência foi um espaço de aprendizagem tanto para os estudantes quanto para os professores. As observações coadunam com o pensamento de Carvalho (2016) quando enfatiza que nas atividades de cunho investigativo os estudantes são provocados a pensar, debater, justificar suas ideias e aplicar seus conhecimentos teóricos e matemáticos em novas situações, o que de fato ocorreu.



4.3. ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO E RELATOS DOS ESTUDANTES SOBRE O PLANCARTER

A partir deste ponto apresentaremos o resultado do questionário aplicado aos estudantes pós-aplicação do PlanCarter.

Tabela 1 – Fala de alguns alunos sobre o jogo PlanCarter.

1 - O que você achou do jogo PlanCarter?	
Alfa	“É um jogo que exercita a nossa mente, faz a gente pensar”.
Tau	“Muito criativo ensina a gente plano cartesiano mesmo, assunto que nem sempre é bem ensinado ou bem entendido. Mas esse jogo eu gostei ajuda a facilitar”.
Iota	<i>“O jogo ajuda na Matemática para aprender de uma forma fácil e menos chata”.</i>
Psi	“Ajuda muito nos gráficos e nas resoluções das funções”.
Épsilon	“Gostei, porque a gente fez as coisas em sala com os amigos. E eu entendi as coisas a ligar os pontos, achar a função uma e outra. Foi bom”.
Gama	“É muito interessante, pois ajuda as pessoas a saber mais sobre plano cartesiano e funções e eu gostei de fazer as regras do jogo”.
Delta	“É um jogo muito bom que eu gostei de desvendar as funções e ajudar a criar as regras. E eu fui aprendendo na prática o plano cartesiano”.
Beta	“É um jogo bom, que nos fez aprender a fazer as coordenadas no plano cartesiano”.
Capa	“Um bom jogo, feito com uma criatividade muito simples, mas que proporciona diversas maneiras de aprender a Matemática”.

Fonte: Elaborada pelos autores (nov. 2018).

Observamos que os estudantes citados na tabela 1 reconheceram que o jogar para aprender foi uma atividade interessante, diferente, que promove a reflexão, o pensamento e o conhecimento. Proporcionou uma nova prática de aprendizagem. Diante desse aspecto, Kishimoto (2017) afirma que,

O jogo na educação Matemática parece justificar-se ao introduzir uma linguagem Matemática que pouco a pouco será incorporada aos conceitos matemáticos formais, ao desenvolver a capacidade de lidar com informações e ao criar significados culturais para os conceitos matemáticos e estudo de novos conteúdos. (KISHIMOTO, 2017, p.99).

Algumas posições apresentaram-se limitantes como o depoimento dos estudantes, apresentado na tabela 2.

Os estudantes acima, não demonstraram haver aprendido. Dzeta reconhece que o jogo é bom, porém não prestou atenção nas regras iniciais e se perdeu posteriormente. Esse aspecto nos chama a atenção para enfatizar as regras até esgotar a turma. Já Teta, estava inserido num grupo de disputa que embora seja bom disputar o



conhecimento para aprender, é necessário despertar o interesse em todos os estudantes para ajudar os colegas a aprender também.

Pi demonstrou ter aversão a Matemática, contudo não apontou aspectos negativos em relação ao jogo, o que demonstrou que sua aversão tem algum motivo desconhecido e a parte da experiência vivenciada. Lâmbda apontou ter dificuldade de aprendizagem em grupo, não dá para medir questões como esta, contudo, recai sobre a mesma questão de Teta, ajudar os colegas a aprender também. Possivelmente também pode estar intrínseco, uma dificuldade de atenção e concentração que precisa ser superada.

Tabela 2 – Fala de alguns alunos sobre o jogo PlanCarter.

1 - O que você achou do jogo PlanCarter?

Dzeta	“É um jogo bom, mas eu entendi pouco, porque no início eu não prestei atenção direito como jogava, depois eu me perdi e não sabia mas o que os meninos estavam fazendo. E eu não sou de falar”.
Teta	“No início eu achei fácil aí depois no meu grupo eu não entendi mais nada porque o meu grupo os meninos ficaram disputando com as meninas e eu fiquei pra trás”.
Pi	“O jogo é chato e a Matemática é chata”.
Ksi	“Não gosto de função, só de ligar os pontos eu entendi”.
Lâmbda	“Eu não gostei, porque foi feito com os amigos. Aí quando se junta foi só conversa eu só aprendo sozinho concentrado”.

Fonte: Elaborada pelos autores (nov. 2018).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A construção e a experiência com o jogo PlanCarter, se constituiu uma possibilidade de ensinar coordenadas cartesianas de um modo diferente dos convencionais. Proporcionou uma prática de Ensino e Aprendizagem ativa, porque permitiu aos estudantes vivenciarem na prática às coordenadas cartesianas, o que de certo modo se constitui uma novidade para esse conteúdo.

Após a elaboração do jogo, na primeira etapa do estudo, estávamos com a ideia fixa que a responsabilidade das regras do jogo e a sua aplicação em sala de aula estavam restritas aos professores pesquisadores, que orientavam a sala de aula e direcionavam os processos. Entretanto, a pesquisa mostrou que quando colocamos os estudantes não apenas para jogar (o que havíamos feito), muitas coisas fugiram do nosso controle. Primeiro, apresentava-se ali outra forma de ver as coisas quando alguns poucos estudantes detectaram problemas nas funções pré-elaboradas que não tinham respostas. Por mais cuidadosos que houvéssimos sido, as nossas limitações também se fizeram presentes. Entretanto, novas ideias e conjecturas, com base na literatura eleita, dentre outras, as de Silva (2009), Carvalho (2016), Kishimoto (2017) e Huizinga (2007) surgiram, de modo que, agora os estudantes protagonizavam a própria construção do jogo e dos conteúdos.



Neste momento, percebemos duas máximas: 1- que aprendemos com nossos alunos e, talvez mais do que ensinamos. 2- O jogo não se constituiu apenas uma ferramenta, quando oferecemos aos estudantes a oportunidade de construí-lo, mas uma técnica de ensinar aliada a literatura de jogo e do Ensino por Investigação, estes protagonizam a experiência de aprender construindo. Ou seja, os estudantes estavam agora investigando para construir o jogo, prática essa que no segundo encontro nos mostrou o direcionamento mais seguro a seguir e, foi a partir de então que o jogo e o conhecimento de coordenadas cartesianas passaram a dominar a sala de aula.

Descobrimos que jogar requer muito mais do que aplicar o jogo. Requer cuidados docentes, reflexão sobre a prática, atenção a forma de aplicação. Jogar por jogar em sala é meramente em vão, prática pela prática. Algumas limitantes surgiram e merecem destaque: o tabuleiro ser limitado para uma determinada escala, no nosso caso o eixo das abscissas teve seus limites de -6 a +6 e o eixo das ordenadas também. Este aspecto dificultou ampliarmos as funções. Outro aspecto, foi a dificuldade de acompanhar turmas grandes de estudantes, porque acabam ultrapassando a capacidade docente de controle, como ocorreu no nosso primeiro encontro e tivemos que procurar outra forma de acompanhar. Outro ponto, foi limitações prévias dos estudantes diante do conteúdo a que nos propomos a ensinar no PlanCarter que fogem o nosso controle, como não dominar as 04 (quatro) operações matemáticas, realizar jogos de sinais, domínio da hierarquia das operações matemáticas.

Contudo, o jogo PlanCarter foi capaz de motivar os estudantes a buscarem não tão somente o conhecimento já existente sobre as coordenadas cartesianas como também traçarem estratégias inovadoras, mediante a atividade investigativa, para algumas situações que o jogo proporcionava.

6. REFERÊNCIAS

ALIANO, Larissa Cristina. **Análise de uma situação de aprendizagem para o Ensino de coordenadas cartesianas**. 2016. 167 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) – UFSCar, São Carlos, 2016.

ANTUNES, Celso. **O jogo e a educação infantil**: falar e dizer, olhar e ver, escutar e ouvir, fascículo 15. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CAILLOIS, Roger. **Os jogos e os homens**: a máscara e a vertigem. Tradução de Maria Ferreira; revisão técnica da tradução de Tânia Ramos Fortuna. Petrópolis, RJ: Editora Vozes, 2017.

CARVALHO, Ana Maria Pessoa de (org.). **Ensino por Investigação**: Problematizando as Atividades em Sala de Aula. CARVALHO, Ana Maria Pessoa de. Ensino de Ciências por investigação: condições para implementação em sala de aula. São Paulo: Cengage Learning, 2016. p.19-33.

HUIZINGA, Johan. **Homo Ludens**: O jogo como elemento da Cultura. Tradução de João Paulo Monteiro. São Paulo: Perspectiva, 2007.



KISHIMOTO, Tizuko Morchiba (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 2017.

MACÊDO, Francisco Cristiano da Silva; EVANGERLANDY, Gomes de Macêdo. **Pesquisa: passo a passo para elaboração de trabalhos científicos**. Teresina: MACÊDO, F. C. S., 2018.

MAGINA, Sandra. et.al. **Repensando a adição e a subtração**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM-PUC/SP, 2000.

NASCIMENTO, Mônica Dias do. **A Contribuição do Jogo de Xadrez para o Ensino de gráficos na Educação de Jovens e Adultos**. 2011. 129 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2011.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3. ed. rev. ampl. 2. reimp. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

SILVA, Francisco Hermes Santos da. **Formação de professores**: mitos do processo. Belém: EDUFPA, 2009.

SMOLE, Kátia Stocco *et al.* **Jogos de Matemática**: 1º a 3º ano – Cadernos do Mathema Ensino Médio. Porto Alegre: Artmed, 2008.

Submetido em: **14/10/2019**

Aceito em: **13/04/2020**