



## CIÊNCIAS HUMANAS

**O uso do *software GeoGebra* no ensino de derivada na formação inicial de professores de matemática: um mapeamento de suas publicações*****Use of software GeoGebra in teaching derivative in the initial formation of mathematics teachers: a mapping of their publications***Ricardo Augusto de Oliveira<sup>1</sup>; William Vieira Gonçalves<sup>2</sup>**RESUMO**

Tendo como objetivo verificar os modos de uso do *GeoGebra* em atividades de ensino de Derivada, estabelecida pela comunidade científica, como diferentes práticas metodológicas de uso do *software GeoGebra* na formação inicial de professores de matemática, o presente trabalho apresenta uma revisão sobre produções que tratam da "Utilização do *GeoGebra* no ensino de Derivadas na formação inicial de professores de matemática". Realizamos buscas em banco de dados CAPES, *Direct Science*, *SciELO*, *Web of Science*, *Gale* e *Scopus*, além de outras Revistas e Repositórios *online* para o período de 2010 a 2018. Como metodologia para pesquisa adotamos o mapeamento, cuja escolha, implica aos pesquisadores o desafio de buscar compreender o que dizem os autores a respeito do uso deste *software* no ensino de Derivada na formação inicial de professores de matemática. Ainda a classificamos como uma pesquisa qualitativa (GARNICA; PEREIRA, 1997). Como resultados, identificamos três obras, e verificamos que o *GeoGebra* tem servido, principalmente, para elaboração de *applets* no *GeoGebra* que visam à realização de atividades exploratórias e ou investigativas pelos alunos/usuários, propondo ressignificar e construir conceitos matemáticos no fazer em sala de aula.

**Palavras-chave:** Formação inicial; *GeoGebra*; derivadas.**ABSTRACT**

*Aiming to verify the ways of GeoGebra of use Derived from teaching, established by the scientific community, with different methodological practices of use of the software GeoGebra in the initial training of mathematics teachers, this paper presents an overview of productions dealing with "Use of GeoGebra in Teaching Derivatives in the Initial Formation of Mathematics Teachers". We conducted searches in CAPES, Direct Science, SciELO, Web of Science, Gale and Scopus databases, as well as other online journals and repositories for the period from 2010 to 2018. As a research methodology we adopted the mapping, the challenge of seeking to understand what the authors say about the use of this software in the teaching of Derivative in the initial formation of teachers of mathematics. We still classify it as a qualitative research (GARNICA; PEREIRA, 1997). As results, we identified three works, and we verified that GeoGebra has*

<sup>1</sup> Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade do Estado do Mato Grosso - UNEMAT, Barra do Bugres/MT - Brasil.

<sup>2</sup> Professor da Universidade do Estado do Mato Grosso - UNEMAT, Barra do Bugres/MT - Brasil.



mainly served to elaborate applets in GeoGebra that aim to carry out exploratory and / or investigative activities by the students / users, proposing to reframe and construct mathematical concepts in the doing in the classroom.

**Keywords:** *Initial formation; GeoGebra; derivatives.*

## 1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho visa por meio de um mapeamento com várias fontes de pesquisas *online*, verificar os modos de uso do *GeoGebra* em atividades de ensino de Derivada na formação inicial de professores de matemática.

Procuramos, com esta, contribuir com o projeto de pesquisa "*Tecnologias digitais para formação inicial e continuada de professores de matemática: composição, implementação e estudo de uma estrutura tecnológica com base no GeoGebra, ambiente Moodle e o conceito de Interação Colaborativa*"<sup>3</sup>, a qual fazemos parte.

Para tanto, visamos aqui investigar trabalhos que envolvam o uso do *software* para a formação inicial destes profissionais ao: identificar formas de utilização do *GeoGebra*; justificativas que a fomentam; as concepções dos autores a respeito de seu uso.

Investigando publicações que abordaram o uso do *GeoGebra* como recurso para formação inicial de professores de matemática no período de 2010 a 2018, identificamos poucos trabalhos acadêmicos com este fim. Somente três trabalhos foram obtidos, o que mostra que pesquisas que abordam o uso do *GeoGebra* no trato especificamente da disciplina de Derivada ainda não é recorrente entre os pesquisadores, apesar de o ser para o estudo do Cálculo Diferencial e Integral (uma temática mais ampla), como apontam Oliveira, Gonçalves e Piasson (2018) e outros, e mesmo para o ensino da Derivada para o Ensino Médio, como vemos em Matos (2013); Borba, Silva e Gadanidis; George (2018) e outros.

Em especial, notamos grande interesse por parte dos educadores matemáticos (professores-pesquisadores) com relação ao uso do *GeoGebra* na elaboração e exploração de atividades Matemáticas voltadas ao Cálculo Diferencial Integral. (HOHENWARTER; PREINER; Yi, 2007, *apud* BORBA, SILVA; GADANIDIS, 2018, p.50).

Neste contexto, pretendemos colaborar com a academia ao investigar e mapear os estudos a este respeito, ao apresentar uma investigação que descreva aspectos didáticos pedagógicos de emprego do *GeoGebra* no ensino de Derivada na formação inicial de professores de matemática.

Para isso, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa interpretativa segundo Garnica e Pereira (1997) ao revisarmos as bases de dados na busca por compreender o que dizem os autores a respeito do tema, com uso do mapeamento conforme Palanch (2016) como instrumento de pesquisa.

A estrutura do trabalho segue a apresentação da metodologia de pesquisa e a análise dos resultados, ao qual denominamos de "Ressignificação e construção do saber matemático em sala de aula" dividido em quatro momentos, a saber: apresentação das obras identificadas; as

<sup>3</sup> Projeto integrante da linha de pesquisa "Informática na Educação para a Ciência e Matemática" junto ao GPEM - Grupo de Pesquisa em Educação Matemática, da Universidade do Estado de Mato Grosso – UNEMAT.



principais finalidades de uso do *GeoGebra*; justificativas e resultados; e encerramos com as considerações dos autores a respeito dos resultados alcançados nas pesquisas.

## 2. METODOLOGIA

Entendemos a metodologia de pesquisa qualitativa segundo Garnica e Pereira (1997) como apropriada a abordagem deste trabalho. Nesta perspectiva, o caráter qualitativo dos dados possibilita ao pesquisador inferir caminhos para a análise, podendo utilizar também de dados quantitativos na sua interpretação.

Garnica e Pereira (1997) ainda apontam que uma pesquisa qualitativa permite analisar a qualidade das informações alcançadas em seu conteúdo, para além da quantidade destas informações, mas ainda, exprimir sensações e opiniões. Nesse tipo de metodologia, os dados quantitativos não são os objetos principais, mas servem de direcionamento para a análise.

Nesta perspectiva, procuramos durante o trabalho de leitura e revisão dos textos, utilizar tanto de dados quantitativos (número de obras identificadas e de fontes pesquisadas) quanto de dados qualitativos (afirmações, inferências e caminhos percorridos pelos autores) para compreender e desenvolver nossas conclusões a respeito dos trabalhos, que seguem apresentados na forma de tópicos no capítulo seguinte.

Classificamos esta pesquisa como mapeamento conforme Palanch (2016), por concordar que este tipo de investigação procura reconhecer não apenas os dados alcançados, mas ainda, o percurso da pesquisa, seus resultados, evidenciar as percepções presentes nas pesquisas de um dado tema, além de encaminhar novas direções de pesquisa a partir de suas informações.

Ainda, ao se optar pelo mapeamento, os pesquisadores são guiados pelo desafio de conhecer o que já têm construído e depois buscar identificar o que ainda não foi construído, (o que fazemos na forma de tópicos no capítulo seguinte).

Assim, procuramos pesquisar por obras acadêmicas que abordem o tema por hora discutido, em banco de dados científicos *online* da área como: Repositórios Institucional UNESP; Revista Bolema; Revista Funes; Revista Lume; Repositório de Outras Produções Abertas (ROCA); Revista Thema; Revista Vidia; e Repositório de Dissertações UFOP; além das bases de dados: *Web of Science*,<sup>4</sup> *Gale*,<sup>5</sup> *Scopus*,<sup>6</sup> *SciELO*,<sup>7</sup> *Science Direct*,<sup>8</sup> e no Periódico da CAPES,<sup>9</sup> no período de 2010 a 2018.

Analisamos nos estudos selecionados "a utilização do *GeoGebra* no ensino da Derivada na formação inicial dos professores de matemática", em um campo de pesquisa constituídos de várias fontes, em especial, cinco bases de dados e no periódico CAPES, escolhidas por ser referência mundial para pesquisas em diversas áreas, inclusive na de ensino, além de disponibilizarem vasta quantidade de materiais relativos ao tema investigado.

A pesquisa foi iniciada no periódico CAPES, por palavras chaves contidas no assunto, como: "*GeoGebra and* Formação *and* Professor *and* Matemática *and* Derivada"; "Formação inicial *and*

<sup>4</sup> Disponível em: <<https://webofknowledge.com/>>. Acesso em: 15/04/2018.

<sup>5</sup> Disponível em: <<https://www.gale.com/uk>>. Acesso em: 12/04/2018.

<sup>6</sup> Disponível em: <<https://www.elsevier.com/americalatina/pt-br/scopus>>. Acesso em: 12/04/2018.

<sup>7</sup> Disponível em: <<http://www.scielo.br/?lng=pt>>. Acesso em: 12/04/2018.

<sup>8</sup> Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com>>. Acesso em: 12/04/2018.

<sup>9</sup> Disponível em: <<http://portal.metodista.br/portal-capes>>. Acesso em: 12/04/2018.



Matemática and *GeoGebra*” por fim, “*GeoGebra and Derivada*”, com o objetivo de entre as obras identificadas, selecionar somente as que atendem ao tema da pesquisa.

Com a primeira busca iniciada no Periódico CAPES com as palavras chaves “*GeoGebra and Formação and Professor and Matemática*” identificamos quatro trabalhos, sendo que somente o de Gonçalves e Reis (2013) atende a nossa temática de estudo.

Na segunda busca utilizamos a descrição “*Formação inicial and Matemática and GeoGebra*” onde identificamos vinte e sete obras, relacionadas ao estudo de Geometria, Trigonometria, Funções, mas, nenhuma obra relacionada ao ensino de Derivada. Na terceira tentativa, buscamos pelo termo “*GeoGebra e Derivada*”, momento em que encontramos vinte obras, e mais uma vez não encontramos trabalhos que abordam o assunto de interesse.

Em seguida este mesmo procedimento foi realizado nas bases de dados e em revistas científicas *online*, sem, no entanto, encontrar trabalhos, já que as obras identificadas se repetiam ou mesmo, nada correspondia ao tema pesquisado.

No Repositório digital Lume, por exemplo, foram listadas mais de cento e setenta e oito obras na busca inicial; no Repositório digital Funes, outras vinte e cinco obras; muitos trabalhos tratam de formação continuada, uso do *GeoGebra* para ensino de determinadas disciplinas, mas não alcançamos muitas obras que abordam o tema pretendido.

Das obras encontradas durante as buscas foram identificadas somente três que atendem aos critérios propostos nesta pesquisa, a saber: tratam do *GeoGebra* no ensino de derivada na formação inicial de professores de matemática. Estas são apresentadas e analisadas a seguir.

### 3. RESSIGNIFICAÇÃO E CONSTRUÇÃO DO SABER MATEMÁTICO EM SALA AULA

Neste momento, procuramos analisar as obras selecionadas em quatro tópicos, que são: apresentação das obras encontradas; principais finalidades de uso; principais justificativas; e principais resultados.

#### 3.1. APRESENTAÇÃO DAS OBRAS

Após pesquisa junto às fontes identificamos as seguintes obras: Atividades Investigativas de Aplicações das Derivadas utilizando o *GeoGebra*, trabalho de Gonçalves e Reis (2013), disponível no Periódico da CAPES; Ensino de Derivadas em Cálculo I aprendizagem a partir da visualização com o uso do *GeoGebra*, trabalho de Martins Junior (2015), disponível no Repositório Institucional UFOP; Construção e interpretação de gráficos com o uso de *softwares* no ensino de Cálculo trabalhando com imagens conceituais relacionadas a Derivadas de Funções Reais, trabalho de Ricaldoni (2014), disponível no Repositório Institucional da UFOP.

Percebemos uma proximidade temporal entre as publicações das obras, todas entre os últimos cinco anos. Tal cenário, se juntadas à quantidade de obras analisadas, sugerem que investigações sobre este tema ainda estão emergindo. No entanto, entendemos que mesmo levando em consideração as buscas realizadas em cinco bases de dados e diferentes revistas e repositório *online*, ainda se trata de um pequeno recorte do que se pode pesquisar hoje com o acesso a um sinal de internet.



Gonçalves e Reis (2013), propõe um Produto Educacional (*applets* construídos no *GeoGebra*) gerado a partir do trabalho de Dissertação de um dos autores, com o fim de discutir sobre as possíveis alterações em sala que podem surgir quando da utilização de Tecnologias Informacionais e Comunicacionais na Educação (TICEs) em associação com atividades investigativas.

Trata-se de quatro atividades de aplicação de Derivadas clássicas que foram associadas a textos introdutórios e orientações de utilização deste dispositivo, de modo a torná-las “verdadeiras atividades investigativas”, onde se privilegie um estudo dos objetos matemáticos e suas propriedades.

Nosso objetivo é apresentar um material que complementa [...] alguns exercícios e atividades clássicos de aplicações de derivadas que são, tradicionalmente, encontrados nos livros-textos, [...] das disciplinas de Cálculo I nas universidades brasileiras, tais como Stewart (2011) e Thomas (2011) [...] Daí, adaptamos os textos introdutórios com o objetivo de contextualizar cada exercício e inserimos algumas orientações para a utilização do *software GeoGebra*, sempre com a finalidade de tornar os exercícios verdadeiras atividades investigativas [...] (GONÇALVES; REIS, 2013, p.428).

Propuseram com esta associação (uso do *GeoGebra* para reformular atividades clássicas de CDI), provocar a realização de diversos processos matemáticos como: formular, justificar, conjecturar, refletir, generalizar *etc.*, na medida que estes futuros professores realizavam atividades de construção<sup>10</sup> e discussão sobre os objetos matemáticos no *GeoGebra* para resolver problemas propostos.

[...] elaboramos as atividades na perspectiva de uma investigação que privilegie as “relações entre objetos matemáticos, procurando identificar propriedades” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2006, p.13), tendo como características “a descoberta, a exploração, a pesquisa e a autonomia” (PORFÍRIO; OLIVEIRA, 1999, p.111) e, principalmente, enfatizando “processos matemáticos tais como procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, refletir e generalizar” (OLIVEIRA; SEGURADO; PONTE, 1999, p.191), (GONÇALVES; REIS, *Idem*, p.428).

Estas atividades<sup>11</sup> foram desenvolvidas junto à disciplina de CDI I, com uma turma de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Ouro Preto.

Martins Junior (2015), desenvolveu a pesquisa junto a quatro professores de matemática em uma instituição de Ensino Superior da rede pública e privada. Apesar de não abordar como sujeitos os alunos do curso de licenciatura em matemática, traz a reflexão de que o trabalho é fruto de experiência própria enquanto aluno, no estudo desta disciplina na formação como professor de matemática.

O professor começou com algumas demonstrações sobre os limites, apresentou muitos exemplos sobre as funções polinomiais, exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, entre outras, pensando ser, na medida do possível, o suficiente para a minha aprendizagem e de meus colegas. Muitas questões que eram resolvidas, e na maioria delas, eu não conseguia entender o motivo de tudo aquilo

<sup>10</sup> São elas: Atividade 1- Construção e um tanque cilíndrico; Atividade 2- Delimitação de uma reserva; Atividade 3- Projetar um tanque de formato retangular; Atividade 4-Projetar uma caixa. (GONÇALVES e REIS, 2018, p. 428).

<sup>11</sup> As atividades eram: Atividade 1- Construção de um tanque cilíndrico; 2- Delimitação de uma reserva; 3- Projetar um tanque retangular; 4-Projetar uma caixa, e estão disponíveis em: <http://www.ppgedmat.ufop.br>. Acesso em: 24/04/2018.



que estava sendo feito, e os argumentos em muitos casos consistiam no fato de que a ementa precisava ser cumprida a qualquer custo pelo professor. (MARTINS JUNIOR, 2015, p.13).

A inquietação do autor com a aula presenciada ainda na graduação, o leva a apresentar uma discussão a respeito do uso do *GeoGebra* junto ao ensino de Derivada como forma de contribuir com esta prática na formação inicial do professor de matemática.

Pensando nesses padrões de aula, depois de certo tempo atuando no Ensino Superior, comecei a questionar-me sobre o meu papel de formador de professores de matemática, surgindo as seguintes perguntas: como está saindo esse profissional licenciado em Matemática que eu estou ajudando a formar na universidade? (MARTINS JUNIOR, 2015, p.15).

Nesta perspectiva, o autor investigou que contribuições provenientes da realização de atividades exploratórias com uso do *GeoGebra* podem trazer a aprendizagem de Derivada por meio do recurso da visualização<sup>12</sup>, por entender que a utilização deste recurso no ensino de Derivada, permite a participação de um pensamento específico, caracterizado como Pensamento Matemático Avançado<sup>13</sup>, segundo a perspectiva de Dreyfus (1991)<sup>14</sup> e Tall (1995) usados como referência pelo autor.

Entendemos ser pertinente apontar que o Pensamento Matemático Avançado também é investigado por Pinto (2014), com o uso do *software GeoGebra* e de imagens conceituais em outro curso do Ensino Superior, sugerindo assim ser esta uma temática em evidência.

Ricaldoni (2014), realiza uma discussão a respeito de possíveis contribuições que a realização de atividades exploratórias com utilização do *GeoGebra* para trabalhar a formação de imagens conceituais, que se relacionam ao conteúdo de Derivada de Funções Reais, poderiam trazer para a formação inicial de professores de matemática.

Para tanto, realiza atividades de construção de gráficos com alunos da terceira turma do curso de licenciatura em matemática de uma Universidade Pública Federal do país.

Por imagens conceituais, o autor entende como as representações na forma de imagens dos objetos matemáticos, que se relaciona com o conteúdo em estudo como uma rede de fatos e proposições.

Inicialmente, destacamos do dicionário Michaelis, a seguinte definição do termo visualização que é pertinente aos nossos estudos: "Transformação de conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis." Questões ligadas à visão de imagens para construção e apreensão de conhecimento estão diretamente relacionadas à nossa pesquisa e casam perfeitamente com as ideias já descritas das Imagens Conceituais. (RICALDONI, 2014, p.49).

<sup>12</sup> Transformação de conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis (RICALDONI, 2014, p.49).

<sup>13</sup> O Pensamento Matemático Elementar se relaciona com o Pensamento Matemático Avançado e, durante essa relação, ocorre à oportunidade para tentar compreender melhor a visualização usando, por exemplo, *softwares* como o *GeoGebra* para a construção de gráficos de derivadas de uma função de variável real. (MARTINS JUNIOR, 2015, p.16).

<sup>14</sup> Pensamento Matemático Avançado, consegue-se representá-lo como uma série de processos que se interagem, quando ocorre: generalização, representação, visualização, classificação, indução, síntese, formalização, conjecturação, análise ou síntese. (MARTINS JUNIOR, 2015, p.16).



Dito de outra forma, trata-se da representação que o indivíduo faz mentalmente quando vê ou ouve o nome do conceito estudado, uma relação imagem e conceito. Há aqui o uso da visualização possibilitada com o *GeoGebra* para desenvolvimento de suas atividades.

Este trabalho apresenta uma abordagem similar à proposta por Matos (2013) em sua dissertação, onde aponta ter alcançado resultados positivos ao se utilizar de *applets* gerados no *GeoGebra* e do CAS *online* WolframAlpha, para realizar procedimentos algébricos nos estudos da Derivada a alunos de Ensino Médio, na procura por aliar uma abordagem didática que prioriza o uso de imagens de conceitos e definições de conceitos, em detrimento de um método pedagógico de ensino focado na realização de manipulações algébricas de modo repetitivo.

Percebemos que dois dos trabalhos aqui investigados se voltam para o ensino de Derivada a partir de atividades exploratórias e um a partir de atividades investigativas, ambas para professores de matemática, mesmo que uma delas tenha os professores em exercício e não em formação como sujeitos da pesquisa; e que em todas as pesquisas estão presentes a utilização de *applets* ou Objetos de Aprendizagem (AO) nas atividades desenvolvidas.

Outra observação que fazemos é que, nenhum dos trabalhos faz referência à forma ou ao momento em que as propostas de atividades exploratórias e ou investigativas poderiam ser estimuladas ou desenvolvidas com os professores em formação, preparando-os para tal prática, seja no decorrer da própria disciplina ou em aulas de metodologias de ensino por exemplo.

### 3.2. PRINCIPAIS FINALIDADES DE USO DO *GEOGEBRA*

Ao investigar as principais finalidades de uso do *software GeoGebra* nas três obras analisadas, identificamos: para elaboração de um Produto Educacional (no *GeoGebra*) e desenvolvimento de atividades investigativas, por Gonçalves e Reis (2013); elaboração de um Produto Educacional (no *GeoGebra*) e desenvolvimento de atividades exploratórias, por Martins Junior (2015); e utilização do *GeoGebra* pelos sujeitos da pesquisa para realização de atividades exploratórias<sup>15</sup> e solução de questões, por Ricaldoni (2014).

Percebemos que as práticas exercitadas com o uso do *GeoGebra* se voltam para atividades de investigação ou exploração (seja na prática pelo aluno da manipulação do *software* para resolver as atividades, ou por meio da utilização de um Produto Educacional criado pelo professor).

Entendemos que não há de se falar aqui em predominância de atividades exploratórias em função de atividade investigativas, no entanto, constatamos haver semelhança com: a proposta de atividades investigativas exploratórias propostas por Borba, Silva e Gadanidis (2018), com práticas de ensino voltadas ao Ensino Médio; e as práticas identificadas por Oliveira, Gonçalves e Piasson (2018), em uma pesquisa no Estado da arte sobre o uso do *GeoGebra* para ensino de Cálculo

<sup>15</sup> As atividades exploratórias com manipulação do *software* pelo aluno, a partir de atividades elaboradas pelo pesquisador (contendo ações e questões a serem respondidas), se constituíram em cinco encontros para construções de gráficos de Funções com o uso do *GeoGebra*, em duplas. As atividades abordaram ações de identificação dos elementos principais das Funções; estudo de Funções Polinomiais e Retas Tangente com uso da Derivada; estudo de Funções Polinomiais e movimento da Reta Tangente; Funções Contínuas com movimento de Retas Tangentes por meio de Derivadas Laterais; e Problemas de Maximização e Minimização. Segundo o autor, tudo ordenado de maneira que a atividade anterior sirva de introdução a atividade posterior.



Diferencial Integral, o que sugere que tal perspectiva de ensino da derivada tem sido investigada em outros níveis de ensino.

Para conceituar atividades investigativas, Gonçalves e Reis (2013) citam Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), para os quais, trata-se de atividades que permitem ao aluno identificar, analisar e explorar os elementos de um dado objeto matemático e suas relações. Como elementos envolvidos na sua execução estão: observação, percepção, crítica, questionamentos, justificação e argumentação, elementos que devem ser incentivados aos alunos.

A escolha pela utilização de atividades exploratórias por Martins Junior (2015) se dá por entender que tais atividades de forma guiada contribuem para a visualização e conjecturação dos conceitos de derivada.

À luz dessa discussão, a ênfase maior de nossas atividades exploratórias é permitir a exploração dos gráficos que serão construídos no *software GeoGebra* com possibilidades para detectar contribuições para o ensino e a aprendizagem de gráficos de Derivadas, por meio da visualização. Durante o processo de exploração, temos a oportunidade de fazer conjecturas, rever definições, conceitos, propriedades e exemplos. Utilizando esse caminho, os professores terão a oportunidade de avaliar as Funções propostas ficando atentos ao seu potencial e aos pontos mais relevantes, bem como as suas contribuições para o ensino por meio da visualização de gráficos de Derivadas na disciplina de Cálculo I. (MARTINS JUNIOR, 2015, p.57).

O autor indaga, no entanto, que o *software* não pode ser considerado como um substituto do professor, uma vez que (em sua visão) primeiramente, o aspecto conceitual da disciplina precisa ser trabalhado pelo professor e estudado pelos alunos, e uma vez feito isso, o uso do *software* permite a interpretação e o melhor entendimento do conceito de Derivada a partir da visualização e experimentação.

Ricaldoni (2014), utiliza o *GeoGebra* como meio pelo qual se desenvolve atividades em duplas no laboratório de informática, para realização de atividades exploratórias constituídas de ações a serem executadas pelos alunos nos *softwares* instalados nos computadores, fomento a manipulação dos objetos construídos pelos alunos e resolução de questões que visam a identificação de elementos presentes nos objetos construídos.

Notamos que as três obras se utilizam das atividades investigativas ou exploratórias para potencializar conjecturação e ressignificar conceitos através do uso do *GeoGebra*, na associação de conceitos matemáticos a imagens geradas no *software*.

No entanto, entendemos haver pouca referência ao uso de cálculos simbólicos e articulação entre a matemática já praticada nas escolas e as possibilidades de se praticar matemática com tecnologias digitais. Constatação esta apontada também nas pesquisas de Gonçalves (2016) e Oliveira, Gonçalves e Piasson (2018).

Não identificamos aqui, modos diferentes de abordagem do conteúdo, explorando melhor os recursos do *software*, como por exemplo: uso do recurso de planilha; linguagem *LaTeX* associado ao comando "esconder" ou mesmo dinâmico e acessível as variações dos dados do objeto em estudo; e melhor utilização do Sistema de Álgebra Computacional (CAS) para aproximar os cálculos realizados com as mídias lápis e papel das realizadas no *software*.



As obras aqui investigadas nos deram indicativos de que a abordagem da representação simbólico-algébrica dos objetos matemáticos, embora apontados nos textos como de grande importância para o estudo e ensino de matemática, não obtiveram a mesma posição no desenvolvimento das pesquisas propriamente dito. Parece-nos que tal abordagem galgou um caráter secundário, ou pouco explorado.

### 3.3. PRINCIPAIS JUSTIFICATIVAS DE USO DO *GEOGEBRA*

Ao procurar identificar as principais justificativas presentes nas obras analisadas, para a utilização do *GeoGebra* no ensino de Derivada na formação dos futuros professores de matemática, encontramos nas obras as seguintes afirmativas:

- o uso da interpretação gráfica e algébrica do conceito de Derivada com o uso do recurso da visualização, como possibilidade de se transitar entre suas representações, por Gonçalves e Reis (2013);
- percepção do recurso da visualização proporcionada pelo *GeoGebra*, como fundamental para a compreensão do conceito de Derivada, a partir da realização de provas e demonstrações matemáticas, por Martins Junior (2015);
- percepção do recurso da Visualização, como possibilidade de se construir imagens conceituais com atividades exploratórias no laboratório de informática, a serem conflitados com imagens conceituais originadas das atividades em sala de aula, e assim se estabelecer a aprendizagem de conceitos e definições, por Ricaldoni (2014).

Tais informações sugerem sintonia entre as justificativas dos autores para utilização do *GeoGebra* no ensino de Derivada, seja na transição de diferentes representações, na abordagem de uma demonstração visual de conceitos em estudo ou na construção de imagens conceituais.

Notamos que todos os trabalhos dão ênfase à representação visual (mas não unicamente), como forma de aprofundar compreensões e ou construir significados, a partir das atividades desenvolvidas. Tal percepção vai de encontro às conclusões evidenciadas em Oliveira, Gonçalves e Piasson (2018), nos trabalhos de Matos (2013), Pinto (2014) e Borba, Silva e Gadanidis (2018), ambos já mencionados.

Entendemos que tal percepção tem se mostrado pertinente na literatura, ou seja, a possibilidade de mesmo com o uso do *GeoGebra*, ser possível também contribuir com a aprendizagem algorítmica, formal e intuitiva da Derivada que percebemos nas obras em estudo, parecem ser temas evidenciados em outros trabalhos como encontrados em Matos (2013) e Grande (2013).

Este último, ao propor um estudo intuitivo visual à abordagem do Teorema Fundamental do Cálculo, conclui:

A análise mostrou melhores resultados por parte dos estudantes nas atividades matemáticas, quando o eixo das interações entre os componentes algorítmico, formal e intuitivo é trabalhado em conjunto com o eixo relacionado à questão da visualização no ensino e aprendizagem do Cálculo. (GRANDE, 2013, p.8).

Sobre o ensino de Derivada, Gonçalves e Reis (2013) a encaram como um dos conceitos fundamentais da disciplina de CDI, estando presente em vários cursos e nos estudos de



fenômenos como o movimento e a variação, em situações reais. Sendo também um dos tópicos em que se apresentam um alto índice de dificuldades de compreensão pelos alunos.

Consideram ser importante a compreensão do conceito de Derivada na forma algébrica e geométrica e apontam que na prática desenvolvida em sua pesquisa, o que predomina é o entendimento da Derivada como resultado de um processo operatório.

Em nossa prática, percebemos que, muitas vezes, o que predomina para o aluno é a Derivada como resultado de um processo operatório. Concebemos que quando os cálculos de Derivadas são realizados algebricamente, mas associados à sua interpretação geométrica, é possível que o aluno estabeleça uma relação entre as operações realizadas e o conceito. (GONÇALVES; REIS, 2018, p.423).

No entanto, os autores consideram que quando realizados algebricamente e associados à interpretação gráfica e geométrica os cálculos da Derivada, o aluno pode vir a estabelecer uma relação entre a operação e o conceito. E entendemos ser esta a proposta sugerida em seu trabalho.

Martins Junior (2015) sugere o uso do *GeoGebra* para se explorar primeiramente a introdução do conteúdo ao aluno, e posteriormente na utilização de demonstrações visuais e provas de resultados.

Ao longo da realização das atividades exploratórias, ocorreram possibilidades de intuição, conjecturas e exploração das definições ou demonstração que os professores geralmente fazem durante as aulas e, que se fossem realizadas na sala, como relataram os participantes, dariam ótima mobilidade para as provas e demonstrações matemáticas que são esperadas para a disciplina de Cálculo. (MARTINS JUNIOR, 2015, p.96).

Entende que após estudo dos conceitos de Derivada com o *GeoGebra*, o mesmo pode ser então utilizado para realização de atividades exploratórias guiadas pelos alunos.

Ricaldoni (2014), ao se referir ao ensino de Cálculo (leia-se Derivada) na formação inicial de professores, aponta para a prática docente atual de valorização do estudo de procedimentos e definições, e a não utilização de recursos tecnológicos para o ensino desta disciplina.

Esta constatação, o autor utiliza como fator motivacional para o desenvolvimento de seu trabalho, na procura por respostas ou propostas que viessem contribuir com o ensino de Cálculo.

Ricaldoni (Idem) adota o uso do *GeoGebra*, por entender que este *software* permite ao professor trabalhar um conceito matemático com diferentes representações como: quadros, gráficos e expressões algébricas. Sendo a possibilidade de tráfego pelas diferentes representações do objeto matemático, um importante meio de se estabelecer relações entre o conceito em estudo e representações, permitindo assim a formação de imagens conceituais.

Entendimento este similar ao apresentado por Gonçalves (2016), para quem parece haver consenso entre os pesquisadores, acerca de que o uso de representações geométricas e dinâmicas podem auxiliar nas dúvidas e dificuldades dos estudantes, levando-os, a partir de animações, a desenvolver certa compreensão e a assumir uma dinâmica de estudo que se apropria da modelagem matemática para testar e desenvolver raciocínios matemáticos.



Notamos que a associação da linguagem algébrica e gráfica dos conceitos de Derivada com o uso do *GeoGebra* é objetivo presente nas três obras analisadas, mesmo que em diferentes momentos, na explicação do conteúdo, na exploração e resolução de exercícios e na demonstração.

Tal percepção também flui com as constatações de Oliveira, Gonçalves e Piasson (2018), para os quais, o *GeoGebra* tem sido utilizado para elaboração de aulas guiadas, atividades exploratórias e explicação de conceitos pelo professor, sobre tudo no uso do recurso da visualização e na representação geométrica dos conceitos. Destacando em sua pesquisa o uso do *GeoGebra* no ensino de Cálculo: para realização de aulas diferenciadas (ARANGO; GAVIRIA; VALENCIA, 2015); guiadas com uso de *applets* (SANTOS, 2012); atividades exploratórias a partir da construção do objeto pelos alunos (MARTINS JUNIOR, 2015); e explicação de conceitos (GONÇALVES; REIS, 2013).

### 3.4. PRINCIPAIS RESULTADOS APRESENTADOS NAS OBRAS EM ESTUDO

Ao procurarmos pelos principais resultados das pesquisas analisadas, identificamos:

- contribuição do *software* para ressignificação dos conhecimentos dos alunos e criação de um ambiente de discussão, conjecturação e colaboração, por Gonçalves e Reis (2013);
- o uso da visualização para favorecer a construção do conhecimento matemático, a ressignificação do entendimento e conjecturação no estudo de Derivada, por Martins Junior (2015);
- o recurso da visualização permite ao aluno ressignificar conceitos, a partir de diferentes representações dos objetos matemáticos, trata-se da construção de novos conceitos no estudo da Derivada, por Ricaldoni (2014).

Notamos o uso da visualização pelo *software* e uso do termo ressignificação em ambos os resultados, como aspectos comuns às obras. Todos utilizam da possibilidade de transição entre diferentes representações matemáticas para consolidação de um determinado conceito.

Como resultados relacionados ao uso do *GeoGebra*, Gonçalves e Reis (2013) apontam, em sua pesquisa, a utilização das Tecnologias Digitais e Comunicacionais (incluindo o *GeoGebra*) contribui para a ressignificação dos conhecimentos dos alunos em relação às aplicações das Derivadas, permitindo que reflitam e repensem as atividades e os conceitos necessários para sua realização.

[...] nossa pesquisa apontou que a realização das atividades investigativas contribuiu para uma ressignificação dos conhecimentos dos alunos, inicialmente construídos em sala de aula, a partir da oportunidade que eles tiveram de repensar/refletir sobre os conceitos envolvidos nas diversas aplicações das Derivadas abordadas nas atividades. (GONÇALVES; REIS, 2013, p.429).

Ainda, segundo os autores, a realização das atividades investigativas contribui para a criação de um ambiente de discussão, conjecturação e colaboração, complementar a sala de aula, e para a formação de um novo professor.

[...] nossa pesquisa apontou que a realização das atividades investigativas contribuiu para a criação de um ambiente de discussão, conjecturação e colaboração que nem sempre é possível de se ter na sala de aula tradicional, na qual o processo de aprendizagem é, quase sempre, totalmente guiado pelo



professor. [...] a realização das atividades investigativas contribuiu para formação inicial dos alunos participantes, futuros professores de Matemática dos Ensinos Fundamental e Médio, na medida em que eles tiveram a oportunidade de refletir sobre a importância da realização de atividades com *software* para o futuro professor de Matemática. (GONÇALVES; REIS, 2013, p.429,430).

Martins Junior (2015) concluiu que o recurso da visualização possibilitada pelo *GeoGebra* contribuiu para a ressignificação dos conceitos ligados ao estudo de Derivadas, e ainda, um equilíbrio entre os processos de visualização e processos algébricos, tido como de fundamental importância pelo autor.

[...] notamos que os professores não conseguem concluir a questão somente com a visualização proporcionada pelo *software* e, após não encontrarem uma resposta que poderia ser convincente aos alunos, eles relataram que o aspecto algébrico se tornaria mais eficiente naquele momento. No entanto, argumentamos que só foi iniciado o processo algébrico depois do que foi visualizado no *software GeoGebra*, e o interessante ali era notar que a decisão de optar por um ou pelo outro aconteceu justamente a partir do momento de uma reflexão com base na visualização. (MARTINS JUNIOR, 2015, p.102).

Analisando as afirmações dos professores pesquisados sobre a importância dos aspectos algébricos para completar as ideias abordadas nas atividades, argumenta que tal percepção só foi possível devido ao acesso inicial do recurso da visualização, e conclui "Assim, afirmamos que o *software* permitiu-nos estabelecer uma possibilidade para se pensar em condicionar um ajuste entre o que pode ser feito com a imagem e com o aspecto algébrico." (MARTINS JUNIOR, 2015, p.101,102).

Ricaldoni (2014) conclui que para o entendimento de uma formação que visa valorizar a visualização dos objetos matemáticos para ressignificação dos conceitos estudados, as propriedades e aplicações de Derivadas de Funções Reais não são fundamentais.

Em vez destas, acredita na possibilidade de que os conflitos gerados entre imagens construídas pelos alunos em sala de aula com as construídas em laboratórios de informática podem favorecer o estabelecimento de conceitos e definições conceituais pelos alunos.

"Nossa pesquisa mostrou que a realização de atividades exploratórias com o uso do *GeoGebra* contribuiu para a possibilidade de construção de novos conceitos associados à Derivada no laboratório, sem que esses conceitos tenham sido trabalhados em sala de aula, [...]" (RICALDONI, 2014, p.89).

Ainda, o uso da visualização por meio de atividades exploratórias com o uso do *GeoGebra*, contribuiu para formação de imagens conceituais dos objetos/conceitos estudados pelos alunos.

Acreditamos que, em nossa prática docente, é fundamental trabalharmos com as várias representações da Derivada, pois o conflito gerado entre as imagens construídas em sala de aula e no laboratório de informática contribui para um enriquecimento das imagens conceituais e pode levar ao estabelecimento de definições conceituais mais próximas das definições dos conceitos de Cálculo I. (RICALDONI, 2014, p.88).



O autor considera que esta prática de ensino, não só contribuiu para a ressignificação dos conceitos de Derivada, mas ainda, para a valorização do uso das aplicações de Derivadas no ensino desta disciplina do ponto de vista didático.

Resultados semelhantes aos apontados por Pinto (2014) que também investigou o Pensamento Matemático Avançado com o uso do *software GeoGebra* e de imagens conceituais, onde aponta “[...] destacamos uma ressignificação de funções e suas derivadas a partir das interações ocorridas durante as atividades desenvolvidas nas aulas de Cálculo, bem como do avanço na compreensão das definições formais na concepção do Pensamento Matemático Avançado.” (PINTO, 2014, p.9).

Entendemos que nas três obras estudadas, a perspectiva da ressignificação de conceitos é estabelecida a partir da transição de diferentes linguagens matemáticas e principalmente, na visualização de imagens que as representam, como que servindo de base para a compreensão dos conceitos em estudo podendo inclusive, para Martins Junior (2015), ser inserido antes mesmo de trabalhar sua definição.

#### 4. CONCLUSÕES

Durante a análise, percebemos uma proximidade temporal entre as publicações das obras que analisadas, todas entre os últimos cinco anos, e consideramos que as investigações a respeito do tema ainda estão a emergir.

Percebemos também que as práticas exercitadas com o uso do *GeoGebra* se voltam para atividades de investigação ou exploração, junto aos alunos - futuros professores, e professores em exercício.

Notamos que de modo geral, os trabalhos procuram dar ênfase à representação visual dos conceitos matemáticos, como forma de aprofundar e ou construir/reconstruir significados a partir das atividades desenvolvidas.

Também percebemos o uso da visualização através do *software* como fator que possibilitou aos sujeitos da pesquisa, ressignificar conceitos de Derivada e a consolidação de novos conceitos a partir da possibilidade de transição entre diferentes representações matemáticas, por meio de: elaboração Produto Educacional; manipulação do *applets* para realização de exercícios pelos sujeitos; busca por evidenciar o uso de atividades investigativas e exploratórias como proposta de ensino.

Dentre as justificativas de uso do *software* identificamos a possibilidade de explorar as potencialidades da abordagem de conceitos matemáticos a partir da visualização e da transição entre suas diferentes representações, e como principal resultado alcançado nas pesquisas, constatamos a percepção de ressignificação e construção de conceitos matemáticos no fazer em sala de aula.

Por fim, apontamos para a necessidade de produções a respeito do uso do *GeoGebra* para ensino de Derivada na formação inicial do professor de matemática, uma vez que diferentes autores tem apontado para seu uso no ensino de Derivada com alunos do Ensino Médio (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2018), e o uso do *GeoGebra* no estudo de Cálculo Diferencial Integral em diferentes níveis de ensino (OLIVEIRA; GONÇALVES; PIASSON, 2018), o que nos sugere diferentes trabalhos tem apontado para seu uso no ensino desta disciplina.



## 5. REFERÊNCIAS

ARANGO, J.; GAVIRIA, D.; VALENCIA, A. Differential Calculus Teaching Throgh Learning Objects in the Field of Management Sciences. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v.176, n.1, p.412-418, fev. 2015.

ALVES, A, R. **Limites e derivadas**: uma abordagem para o ensino médio. 131 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita, São José do Rio Preto, 2018.

BIZELLI, M. H. S. S.; BARROSO, B. S.; FISCARELLI, S. H. Cálculo online: uma nova perspectiva para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. In: CONGRESSO ESTADUAL PAULISTA SOBRE FORMAÇÃO DE EDUCADORES, 11.; CONGRESSO NACIONAL DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 1., 2011, Águas de Lindóia. **Anais...** São Paulo: UNESP/PROGRAD, p.6669-6680, 2011.

BORBA, M. de C.; SILVA, R. S. R. da; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e Internet em movimento. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

CALIGARIS, M. G.; SCHIVO, M. E.; ROMITI, M. R. Calculus & Amp, *GeoGebra*, na interesting partnership. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v.174, n.1, p.1183-1188, fev. 2015.

CUNHA, L. G. A. da; LAUDARES, J. B. O comportamento de funções com o estudo de derivadas por sequências didáticas em objeto de aprendizagem. **VIDYA**, Santa Maria, v.37, n.2, p.397-416, jul. 2017.

GRANDE, A. L. **Um estudo epistemológico do Teorema Fundamental do Cálculo voltado ao seu ensino**. 324 f. Tese (Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

GARNICA, A. V. M.; PEREIRA, M. E. A pesquisa em Educação Matemática no Estado de São Paulo: um possível perfil. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v.11, n.12, p.59-74, 1997.

GONÇALVES, D. C.; REIS, F. da S. Atividades investigativas de aplicações das derivadas utilizando o *GeoGebra*. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, Rio Claro, v.27, n.46, p.417-432, out. 203.

GONÇALVES, W. V. **O transitar entre a Matemática do matemático, a Matemática da escola e a matemática do GeoGebra**: um estudo de como professores de matemática lidam com as possibilidades e limitações do *GeoGebra*. 240 f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência) - Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2016.

MATOS, L. da S. **Compreensões sobre derivada e integral com o uso de um CAS on line**: um estudo com alunos do terceiro ano do ensino médio. 154 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

MARTINS JUNIOR, J. C. **Ensino de Derivadas em Cálculo I**: aprendizagem a partir da visualização com o uso do *GeoGebra*. 123 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.



OLIVEIRA, R. A. de; GONÇALVES, W. V.; PIASSON, D. O uso do *GeoGebra* para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral: um mapeamento de suas publicações. **Revista Thema**, v.15, n.2, p.466-484, 2018.

PALANCH, W. B. de L. **Mapeamento de pesquisas sobre currículos de Matemática na Educação Básica Brasileira**. 297 f. Tese (Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

PINTO, R. L. **Definições matemáticas sobre funções e suas derivadas como um eixo de discussão para o ensino e a aprendizagem de cálculo**. 144 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

RICALDONI, M. A. G. **Construção e interpretação de gráficos com o uso de softwares no ensino de cálculo**: trabalhando com imagens conceituais relacionadas a derivadas de funções reais. 112 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014.

SANTOS, M. de S. **Um estudo sobre a introdução de conceitos de cálculo no Ensino Médio**. 93 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

SIMÕES, A. C. **Calculando áreas sob gráficos de funções**. 47 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2014.

Submissão em: **07/09/2018**

Aceito em: **26/11/2018**