



## CIÊNCIAS HUMANAS

**As formas de colaboração humana na elaboração de um simulador com o GeoGebra: o caso de David e Carolina***Forms of human collaboration during the development of a simulator with GeoGebra: the Case of David and Carolina*Luis Andrés Castillo<sup>1</sup>, Ivonne C. Sánchez<sup>2</sup>**RESUMO**

Ao longo dos anos, o Grupo TEM: Tecnologias em Educação Matemática tem permanecido em estudo permanente da atividade central dos clubes do GeoGebra, a elaboração de simuladores com o GeoGebra tem sido abordada a partir de diversas perspectivas teóricas, gerando um conjunto de reflexões que aumentaram a compreensão do coletivo de como o conhecimento matemático emerge. No entanto, atualmente a pesquisa sociocultural teve um boom em nosso campo, devido à sua concepção de que o conhecimento é uma construção social de alguns sujeitos para realizar determinada atividade, como é o caso da Teoria da Objetificação. Essa teoria nos torna conscientes de duas categorias principais que em toda a atividade, que são modos de produção e relações de produção. Este último, nos fornece uma dimensão histórico-cultural que anteriormente passou imperceptivelmente na atividade e que julgamos ser muito relevante para desvendar no desenvolvimento de simuladores com o GeoGebra. Para isso, analisaremos uma experiência concreta, na qual dois alunos participam da resolução de uma tarefa de simulação. Por fim, culmina com algumas reflexões sobre as discussões dos resultados dessa análise.

**Palavras-chave:** Elaboração de simuladores; Teoria da Objetivação; formas de colaboração.

**ABSTRACT**

*Over the years, the TEM Group: Technologies in Mathematics Education has been in permanent study of the central activity of the GeoGebra clubs, the elaboration of simulators with GeoGebra that has been approached from several theoretical perspectives, generating a set of reflections that have increased the collective's understanding of how mathematical knowledge emerges. However, today sociocultural research has had a boom in our field, due to its conception that knowledge is a social construction of some subjects to perform a certain activity, as is the case of Theory of Objectification. This theory makes us aware of two main categories that in all activity, which are modes of production and relations of production. The latter provides us with a historical-cultural dimension that previously passed imperceptibly in the activity and*

<sup>1</sup> Aprender en Red – Venezuela. E-mail: [luiscastleb@gmail.com](mailto:luiscastleb@gmail.com)

<sup>2</sup> Idem. E-mail: [ivonne.s.1812@gmail.com](mailto:ivonne.s.1812@gmail.com)



which we think is very relevant to unveil in the development of simulators with GeoGebra. For this, we will analyze a concrete experience, in which two students participate in solving a simulation task. Finally, it culminates with some reflections on the discussions of the results of this analysis.

**Keywords:** *Elaboration of simulators; Theory of Objectification; forms of collaboration.*

## 1. INTRODUÇÃO

Entre os anos 2013 e 2017, o *Grupo TEM: Tecnologias na Educação Matemática*, tem promovido a criação de espaços onde participam alunos (14 -17 anos) de Ensino médio e professores de Matemática e Física em diferentes instituições Educativas do Estado Zulia, Venezuela. Cada um desses grupos é chamado *Club GeoGebra*<sup>3</sup> e tem como objetivo contribuir na transformação da cultura científica nos alunos que participam nesses espaços educativos não convencionais, por meio de atividades de elaboração de simuladores com GeoGebra (ESG). Nestas atividades envolvidos desenvolvem projetos de simulação, com o apoio dos professores que orientam aos jovens nas quatro (04) fases do projeto: (i) seleção do fenômeno; (ii) elaboração do simulador; (iii) sistematização da experiência; e, (iv) socialização de experiências.

Destas fases, em específico, na segunda é quando os alunos desenvolvem os simuladores com GeoGebra, por meio de uma simulação computacional, esses simuladores modelam o comportamento dos fenômenos selecionados pelos alunos na primeira fase. Os alunos fazem a simulação através das ferramentas de construção e funcionalidades dinâmicas do GeoGebra. (CASTILLO; PRIETO, 2018). Nas reflexões que surgiram das pesquisas Grupo TEM (GUTIÉRREZ; PRIETO; ORTIZ, 2017; SÁNCHEZ-N; PRIETO, 2017; RUBIO; PRIETO; ORTIZ, 2016) consta que a fase da elaboração do simulador é um cenário oportuno para o encontro, debate e diálogo entre os sujeitos (alunos e professores) para a mobilização do conhecimento sobre a natureza dos fenômenos simulados e os conteúdos da matemática necessários para a construção do simulador, em outras palavras, a prática de elaboração de simuladores com GeoGebra promove o ensino-aprendizagem da matemática.

Pelo exposto anteriormente, o Grupo TEM teve a necessidade de permanecer em estudo permanente para compreender ainda melhor a fase da elaboração dos simuladores com GeoGebra. De este estudo surgiram pesquisas e reflexões entorno desse assunto, entre estas temos: o trabalho de Sánchez-N e Prieto (2017), onde são estabelecidas as práticas matemáticas que ocorrem na ESG; Gutiérrez, Prieto e Ortiz (2017), analisaram a evolução do aluno mediante seu caminho por processos característicos de um ciclo de modelagem matemática, especialmente matematização e trabalho matemático.

Continuando com outras pesquisas temos que Castillo, Prieto, Sánchez e Gutiérrez (2019), que evidencia as relações que podem ser estabelecidos entre a realidade e a matemática no planejamento e elaboração de um simulador para a abordagem de um conteúdo físico da

<sup>3</sup> Para mais detalhes sobre o projeto consultar o sítio disponível em: <<http://www.aprenderenred.com.ve/>>.



cinemático, o caso do movimento parabólico. Também, Sánchez e Sánchez-N (2020) dão conta que é possível simular fenômenos eletrostático, na, utiliza sua experiência descrevem como o conceito de vector, foi necessário para a representação da Lei do Coulomb com GeoGebra, Finalmente em Gutiérrez e Castillo (2020) fazem uma descrição de como este tipo de simuladores com GeoGebra podem ser usados para a mobilização do ensino e aprendizagem da matemática e da física.

Essas pesquisas e outras realizadas pelo Grupo TEM constituem contribuições orientadas para o aspecto cognitivo dos sujeitos e as implicações do uso de determinados artefatos na atividade de ESG. Porém, nossos estudos recentes de teorias educacionais com uma perspectiva histórico-cultural, nos fizeram conscientes de que as relações entre os alunos e professores e aquelas entre os próprios alunos, são elementos de grande importância na atividade (RADFORD, 2017), este fato dá base para que nosso foco seja orientado a pesquisar a componente social da ESG, que no momento não era de interesse nas pesquisas citadas anteriormente.

Neste sentido, Radford (2014, 2018) estabelece que na atividade que envolve alunos e professores existe uma lógica de produção do conhecimento matemático, nesta se tem dois eixos: os modos de produção dos saberes e as formas de colaboração humana. Por tanto, neste artigo nosso interesse é pesquisar as formas de colaboração entre os alunos quando trabalham juntos em atividades de ESG. Sendo assim, nosso objetivo é descrever as formas de colaboração que esses alunos manifestam em uma experiência concreta de ESG. Na próxima seção explicaremos de modo sucinto o que compreendemos como Elaboração de Simuladores Com GeoGebra.

## **2. ELABORAÇÃO DE SIMULADORES COM GEOGEBRA (ESG)**

A elaboração de um simulador computacional envolve a construção de um modelo computacional que represente um fenômeno através de alguma tecnologia digital. (BAEK, 2009; PUGNALONI, 2008; RODRÍGUEZ; ROGGERO, 2014). Em nosso caso o recurso tecnológico é o GeoGebra, por tanto, o modelo computacional produzido possui todas as propriedades de um desenho dinâmico, o qual segundo Laborde (1997), é um desenho que mantém aquela teoria e relações geométricas invariantes declaradas em sua construção. Na ESG, os simuladores são construídos na janela de visualização do GeoGebra por meio das ferramentas e funcionalidades dinâmicas do *software* (CASTILLO; PRIETO, 2018) que permitem a representação de modelos matemáticos, obtidos da matematização do fenômeno a simular. (GUTIÉRREZ; PRIETO; ORTIZ, 2017).

Finalmente, é importante mencionar que a atividade de simulação com o GeoGebra é organizada por tarefas de simulação. (RUBIO; PRIETO; ORTIZ, 2016). Para resolver uma tarefa deste tipo, os alunos devem: (i) elaborar um rascunho ou desenho no papel da parte do fenômeno que se quer representar no software; (ii) identificar as formas e movimentos



presentes neste desenho no papel a partir de um ponto de vista matemático; e, (iii) construir os desenhos dinâmicos associados a tais formas e movimentos.

Destaque-se que a complexidade das formas e movimentos associados a cada modelo que se quer representar no GeoGebra, este fato nos levou a estar interessados no conjunto de objetos matemáticos que norteiam a construção dos desenhos dinâmicos, assim como as diferentes ferramentas e funcionalidades do software que permitem alcançar uma simulação consistente do fenômeno simulado (ou de alguma parte dele). Embora, por a ESG ser uma atividade humana traz consigo um componente social que contribui para a produção de conhecimento nesse contexto. Ágora temos ciência de que esta componente sempre esteve presente, mas invisível aos olhos dos alunos e professores envolvidos na ESG. Tal componente social tem implicações no conjunto de interações sociais na atividade de ESG, portanto, é uma questão que precisamos abordar com mais detalhe na próxima seção.

### 3. LÓGICA DE PRODUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Em essência, a Teoria de objetivação (TO) é uma teoria educacional baseada em paradigmas socioculturais contemporâneos que propõe um ensino e aprendizagem da matemática mediada por um *trabalho conjunto* ou, em termos de Leont'ev (1978), por uma atividade que envolve alunos e professores. (RADFORD, 2014, 2018). Durante a atividade, esses sujeitos demonstram certo *Saber, conhecimento e aprendizagem*, três elementos-chave dessa teoria. (RADFORD, 2013a). O último (aprendizagem) é uma consequência do uso de certos artefatos usados pelos alunos e professores e das interações os envolvidos na atividade. Na lógica de produção do conhecimento exposta na TO, tem dois eixos que orientam essa mobilização: os modos de produção dos saberes e as formas de colaboração humana. (RADFORD, 2017; D'AMORE, 2015).

Os modos de produção referem-se aos vários meios materiais e intelectuais que os membros de uma cultura usam em seus processos de produção e reprodução da vida. É importante destacar que esses modos não se referem apenas àqueles objetos, habilidades e aspectos técnicos da colaboração encenados, já que estes, por si mesmos, não são sinônimos de produção. Para que os modos adquiram a qualidade de "produtivo", eles devem ser usados pelos sujeitos como parte constitutiva da atividade.

No caso da ESG, os modos de produção têm a ver com as diversas ações empreendidas pelos envolvidos na atividade, por exemplo: selecionar imagens representativas do fenômeno, reconhecer nessas imagens as partes que o constituem, o desenho no papel de cada parte, identificam os objetos e relações geométricas que modelam as formas e movimentos característicos da realidade a simular, construir tais modelos na interface do GeoGebra, validar a consistência das construções, entre outras ações.



Enquanto ao segundo eixo, as formas de colaboração humana referem-se aos modos histórico-culturais de interação e cooperação entre os sujeitos envolvidos na atividade. De acordo com Radford (2017, 2020) estas formas estão organizadas em três categorias: Responsabilidade, Compromisso e Cuidado do próximo. Para Radford (2018) a responsabilidade é entendida como uma conexão ou relação com o próximo, que é expresso na resposta em reconhecer a chamada de auxílio dele. Uma característica principal dessa forma de subjetividade é que ela é dialógica, o que permite entendê-la como uma forma de resposta às necessidades do próximo. O compromisso pode ser entendido como uma resposta solidária à causa da pessoa e do coletivo e, finalmente, o cuidado do próximo é a capacidade de reconhecer a necessidade e a correspondente ação de solidariedade intersubjetiva.

No caso da elaboração de simuladores com o GeoGebra, essas relações de colaboração podem ser refletidas nos modos de interação e cooperação entre os alunos e entre eles e seus professores, por exemplo, dando sentido à realidade, comunicando-se, trabalhando de forma colaborativa, entre outras.

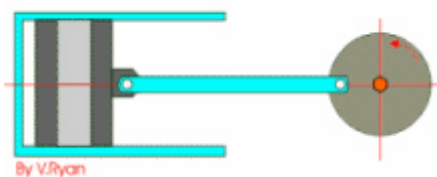
## 4. METODOLOGIA

### 4.1. PARTICIPANTES E CONTEXTO

A experiência analisada neste trabalho vem de uma sessão de trabalho do Clube GeoGebra *Leonor de Fernández*, localizada no município de Mara, estado de Zulia, Venezuela. A sessão em questão ocorreu durante o mês de junho do ano de 2017 e envolveu dois estudantes do ensino médio de 16 e 17 anos, respectivamente, e um professor de matemática e física. Os alunos foram nomeados com os pseudônimos de David e Carolina.

O projeto de simulação abordado na sessão consistiu elaboração do simulador de um sistema *biela-manivela* no GeoGebra. Durante as 04 (quatro) horas da sessão, os envolvidos elaboraram e compartilharam desenhos no papel das peças do fenômeno: manivela, biela e pistão (partes do sistema), depois identificaram os objetos e relações geométricas que permitissem representar às formas e movimentos característicos do sistema. Destaque-se, que os alunos tiveram uma imagem de referência em formato GIF (Figura 1).

**Figura 1** - Imagem de referência do fenômeno.



Fonte: Disponível em: <<https://bit.ly/2EroLTH>>. Acesso em: 25 ago. 2020.



Queremos ressaltar que nesta seção que o projeto de simulação a fazer era da Carolina, o David por ter avançado mais no projeto dele, o aluno se ofereceu para apoiar a Carolina no planejamento e elaboração do seu simulador. Diante esta realidade o professor a cargo do clube GeoGebra da instituição propõe ao David a organizar uma sessão de trabalho para empreender o projeto de simulação da Carolina. Nessa sessão, David orientaria Carolina nas diversas questões relacionadas à elaboração do simulador e o promotor se dedicaria a fazer registros da sessão de trabalho.

## 4.2. COLETA E ANÁLISE DOS DADOS

A sessão de trabalho descrita anteriormente foi gravada em formato de vídeo, tanto no que diz respeito às discussões entre os participantes, quanto no que tem a ver com o trabalho matemático feito na interface do GeoGebra. Ambas as gravações constituem os registros utilizados para captar os dados da investigação.

A análise dos dados foi realizada por meio de quatro (04) etapas. Na primeira etapa, selecionaram-se os "segmentos destacados" dos registros de vídeo (RADFORD, 2015a) para dar conta da presença das formas de colaboração humanas mencionadas anteriormente. A seleção destes segmentos foi baseada em uma perspectiva multimodal da produção de conhecimento (ARZARELLO, 2006; RADFORD; DEMERS, GUZMÁN; CERULLI, 2003), em que aspectos como linguagem (escrita e verbal), gestos e outros aspectos são considerados, formas e relações que expressam os sujeitos envolvidos em uma determinada atividade.

Na segunda etapa, os segmentos selecionados foram transcritos usando um processador de texto e organizados de maneira sistemática. Na terceira etapa, essas transcrições foram interpretadas contrastando-as com o referencial teórico deste trabalho, relacionando as evidências encontradas com a nossa conceituação dos vetores que norteiam as relações de produção, mencionadas anteriormente. Finalmente, na quarta etapa, foi decidido como os resultados da pesquisa seriam apresentados e discutidos.

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A análise dos dados permitiu identificar nos segmentos destacados, que a Responsabilidade e o Compromisso como as formas de colaboração humana mais presente nesta sessão de trabalho. A continuação se apresentam os segmentos destacando onde se evidencia esta forma de relação social entre os alunos.

### 5.1. RESPONSABILIDADE

No segmento 1 mostra evidências de como David estabelece um diálogo com Carolina, assumindo uma responsabilidade em termos de Sentido de vigilância diante da ação da jovem ao formular a segunda tarefa de simulação. Destacando que a Carolina tinha pouca



experiência na formulação deste tipo de tarefas (seu projeto de simulação era relativamente novo), David atende à necessidade do seu próximo de escrever a tarefa de acordo com os elementos que compõem a mesma, a fim de conseguir uma melhor redação da tarefa.

### Segmento 1 [00:00:31 a 00:01:01]

David: Agora vamos começar com a segunda tarefa de simulação. Você já escreveu *[no seu caderno]*?

Carolina: Não, ainda não. Mas estou escrevendo, (...) acho que é assim "construa a biela".

David: Lembre-se de como você escreveu a primeira tarefa de simulação. Lembre-se que eu já tinha *[a maneira]* certa da estrutura e termos.

Carolina: Certo. Então a tarefa seria assim "representar a Biela na janela 3D do GeoGebra".

Logo, no segmento 2, é evidente que o jovem mostra responsabilidade novamente, no momento que o David reconhece gestos de frustração em Carolina quando ela não consegue reconhecer os elementos com os quais ela tem que construir um cilindro a partir dos objetos geométricos já construídos na interface do GeoGebra. O David responde em solidariedade à necessidade de Carolina, orientado ela a concentrar sua atenção em alguns elementos que podem ser úteis para continuar o processo de elaboração do simulador. Este tipo de respostas subjetiva de atuar do David es coerente com o observado em outras experiências com atividades de ensino-aprendizagem reportadas em León e Lasprilla (2019).

### Segmento 2 [00:29:17 a 00:35:08]

Carolina: Para construir o terceiro cilindro, vou começar com um ponto livre.

David: Espere! Lembre-se que no início *[da sessão]* você já usou um ponto livre. Você não pode fazer a construção de outra figura da mesma maneira.

Carolina: Então, qual é a maneira correta de construir o cilindro?

David: Olhe para a janela 3D do GeoGebra e identifique quais objetos geométricos podem ser usados para a construção do cilindro.

Carolina: Poderia usar um dos centros dos cilindros construídos anteriormente.

David: Isso mesmo.

A subjetividade manifestada pelo David, concorda com resultados de uma pesquisa feita com alunos do 4º (9-10 anos de idade) por Moretti e Radford (2015). Em seu estudo, o pesquisador conclui que a responsabilidade refletida por um dos alunos é uma manifestação do compromisso adquirido na busca de sua realização e do outro, uma vez que os alunos



podem conseguir direcionar a produção matemática para alguém mais do que apenas a si mesmos, sentindo-se responsável pela produção do outro. (RADFORD, 2017).

## 5.2. COMPROMISSO

No que diz respeito ao compromisso com os outros, no segmento 3, há indícios de como David assume um compromisso com a Carolina, por um lado, de trabalhar em conjunto no desenho no papel da peça a simular no GeoGebra, e por outro lado orienta a Carolina com gestos com o dedo para que ela pudesse reconhecer os cilindros como o modelo matemático mais adequado para representar a peça no software.

### Segmento 3 [00:01:22 a 00:04:43]

David: Agora que você fez o desenho, que formas você pode olhar?

Carolina: formas redondas.

David: Lembre-se que essas partes *[apontando para o desenho no caderno]* em 3D são chamadas de cilindros.

David: me dá o lápis para complementar essas formas redondas e possam parecer cilindros.

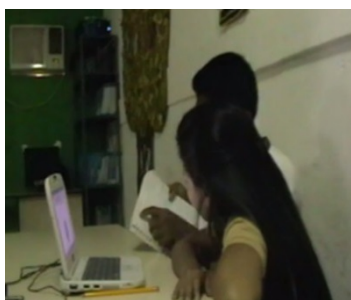
David: Este é o primeiro cilindro, e este o segundo cilindro *[apontando para com o lápis sobre os desenhos]* (Figura 2a).

David: Este é o terceiro cilindro *[indicando a forma mais alongada do desenho]*, mas com uma direção diferente da anterior.

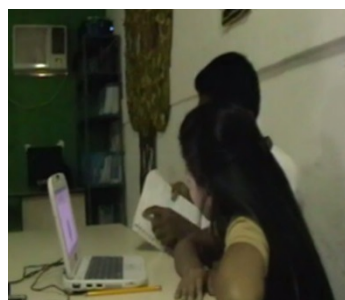
David: E estes são o quarto e quinto cilindro *[apontando para a parte inferior do desenho]* e com o mesmo endereço dos dois primeiros, você me entendeu? (Figura 2b).

Carolina: tá ok, beleza, ágora eu sei que preciso de cinco cilindros que representam a manivela.

**Figura 2** – David apontando para os cilindros no esboço desenhado por Carolina.



(a)



(b)

Fonte: Elaboração pelos autores





Ao contrário da seção anterior, o compromisso no segmento 4 surge com uma natureza mais coletiva (ou de apoio mútuo), uma vez que entre David e Carolina surge uma negociação de ideias que fornece a base para a formulação de uma das muitas técnicas de construção de um cilindro na vista gráfica 3D do GeoGebra. No entanto, no primeiro momento de aplicação da técnica os alunos obtiveram um cilindro que não era o mais representativo, portanto entre eles perceberam que a técnica foi a que produziu o erro e corrigindo-o, o cilindro foi construída.

#### Segmento 4 [00:08:45 a 00:15:23]

Carolina: Construir um cilindro a partir de um ponto exterior é minha segunda tarefa.

David: Agora, como você planeja construir o cilindro?

Carolina: Não tenho certeza de como fazer isso, como você sugere fazer?

David: Bem, eu faria determinando o primeiro centro de uma das bases do cilindro, e para isso eu desenharia uma circunferência com centro no A e um raio estimado e então interceptaria a circunferência com o eixo X ou Y.

Carolina: Eu já entendi como e para isso eu usaria a ferramenta Circunferência (centro, direção e raio) usando o como centro o ponto A, a direção do eixo X e raio 0,5.

David: Essa [circunferência] muito grande (Figura 3a) tem que ser menor.

Carolina: Então eu diminuir o raio.

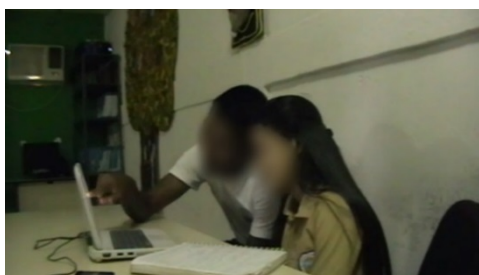
Carolina: O que você acha agora da circunferência?

David: Muito melhor, lembre-se de que agora você deve interceptar a circunferência com o eixo X [apontando com o dedo na tela do computador] (Figura 3b).

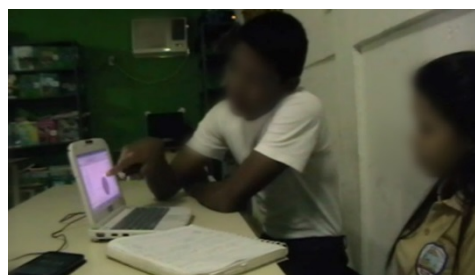
David: Agora que você tem o ponto de interseção, o que tem que fazer?

Carolina: Encontrar o outro ponto e construir o cilindro.

**Figura 3** – David apontando com o dedo na tela do computador.



(a)



(b)

Fonte: Elaboração pelos autores.



O compromisso manifestado entre David e Carolina, tem sido evidenciado em outras investigações de Radford (2012, 2017) em que ele relata uma experiência nos alunos que devem resolver um problema matemático entre pequenos grupos de alunos. No entanto, Radford conclui que, além do trabalho matemático realizado pelos alunos, também é interessante que, através dessas formas de colaboração humana, os alunos possam reconhecer as necessidades dos outros e responder aos pedidos de trabalho conjunto dos alunos na atividade.

## 6. CONCLUSÕES

Este trabalho representa uma primeira tentativa de descrever as formas de colaboração humanas inerentes às relações de produção em uma experiência concreta de elaboração de simuladores com o GeoGebra usando a Teoria da Objetivação. Em particular, são analisadas as ideias de Radford (2018) sobre responsabilidade, compromisso e cuidado do próximo, subjetividades que categorizam relações de produção não alienantes nas aulas de matemática (RADFORD, 2013b), no trabalho conjunto de dois alunos do ensino médio em atividade de ESG no clube GeoGebra da sua instituição.

Na análise, o David mostrou duas formas de colaboração, responsabilidade e compromisso, enquanto Carolina apenas demonstrou compromisso. Com este trabalho os professores de matemática que promovem as atividades da ESG nos clubes GeoGebra reconheçam que tais relações de interação humana são elementos-chave para a produção de conhecimento nas experiências da elaboração de simuladores com GeoGebra.

As reflexões que surgiram neste trabalho representam um avance considerável na compreensão da componente social na ESG. Ainda falta pesquisar outras experiências para continuar o caminho neste tipo de pesquisa para obter uma maior compreensão e crítica do trabalho realizado nos clubes GeoGebra. A experiência adquirida durante estes quatro (04) anos do projeto nos permitiu identificar o complexo (mas não impossível) que é promover a responsabilidade social e o trabalho colaborativo nos alunos. Por outro lado, resultados como os relatados neste trabalho nos encorajam a continuar nossos esforços para fomentar uma nova cultura científica escolar que se contraponha à cultura tradicional e individualista que ainda prevalece em nas escolas do nosso país.

## 7. REFERÊNCIAS

ARZARELLO, F. Semiotics as a multimodal process. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME)**, n.especial, p.267-299, 2006.

BAEK, Y. Digital Simulation in Teaching and Learning. D. Gibson e Y. Baek (Eds.). **Digital simulations for improving education: learning through artificial teaching environments**. USA: IGI Global, 2009.



CASTILLO, L. A.; PRIETO G., J. L.; SÁNCHEZ, I. C.; GUTIÉRREZ, R. E. Uma experiência de elaboração de um simulador com GeoGebra para o ensino do movimento parabólico.

**PARADIGMA**, v.40, n.2, p.196–217, 2019.

CASTILLO, L. A.; PRIETO, J. L. El uso de comandos y guiones en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **UNION**, n.52, p.250–262, 2018.

CASTILLO, L. A.; PRIETO, J. L. Simulador de movimiento parabólico con geogebra.

Aprendiendo matemática y física con el futbol soccer. In: PRIETO, J. L.; GUTIÉRREZ, R. E.

(Comps.). **Memorias del II Encuentro de Clubes GeoGebra del Estado Zulia**. Maracaibo: Aprender en Red, 2016.

D'AMORE, B. Saber, conocer, labor en didáctica de la matemática: una contribución a la teoría de la objetivación. In: L. Branchetti (Ed). **Teaching and Learning Mathematics. Some Past and Current Approaches to Mathematics Education**. Isonomia, On-line Journal of Philosophy - Epistemologica. University of Urbino Carlo Bo, 2015.

GUTIÉRREZ, R. E.; CASTILLO, L. A. Simuladores com o software GeoGebra como objetos de aprendizagem para o ensino da Física. **Tecné Episteme y Didaxis: TED**, n.47, p.201–216, 2020.

GUTIÉRREZ, R. E.; PRIETO, J. L.; ORTIZ, J. Matematización y trabajo matemático en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **Educación Matemática**, v.29, n.2, p.37–68, 2017.

LABORDE, C. Cabri-geómetra o una nueva relación con la geometría. In: PUIG, L. (Ed.).

**Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática**. México: “Una empresa docente” e Grupo editorial iberoamérica, 1997.

LEÓN, O.; LASPRILLA, A. Enfoques necesarios para la reflexión sobre una ética comunitaria en la educación matemática. **PNA**, v.12, n.2, p.81–95, 2018.

LEONT'EV, A. N. **Activity and Consciousness**. 1978.

MORETTI, V. D.; RADFORD, L. História do conceito culturalmente significada e a organização da atividade de ensino de matemática história do conceito culturalmente significada e a organização da atividade de ensino de matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015, Pirenópolis. **Anais...** Pirenópolis: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2015.

PUGNALONI, L. A. Los simuladores: el papel de la simulación en la ciencia. **Ciencia Hoy**, n.105, p.27-34, 2008.

RADFORD, L.; CERULLI, M.; DEMERS, S.; GUZMÁN, J. The sensual and the conceptual: Artefact-mediated kinesthetic actions and semiotic activity. In: HØINES, M. J.; FUGLESTAD, A. B. (Eds.).

**Proceedings of the 28 Conference of the international group for the psychology of mathematics education**. Norway: Bergen University College, 2004. v.4. p.73-80.



RADFORD, L. Education and the illusions of emancipation. **Educational Studies in Mathematics**, v.80, n.1, p.101-118, 2012.

RADFORD, L. Three Key Concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and Learning. **Journal of Research in Mathematics Education**, v.2, n.1, p.7-44, 2013a.

RADFORD, L. Sumisión, alienación y (un poco de) esperanza: hacia una visión cultural, histórica, ética y política de la enseñanza de las matemáticas. In: RAMÍREZ, A; MORALES, Y. (Eds.). **Memorias del I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe**. Santo Domingo, República Dominicana, nov. 2013b.

RADFORD, L. De la teoría de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, v.7, n.2, p.132-150, 2014.

RADFORD, L. Methodological aspects of the Theory of Objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**, v.8, n.18, p.547-567, 2015a.

RADFORD, L. Of love, frustration, and mathematics: A Cultural-historical approach to emotions in mathematics teaching and learning. In: PEPIN, B.; RÖSKEN-WINTER, B. (Eds.). **From beliefs and affect to dynamic systems: (exploring) a mosaic of relationships and interactions**. NY: Springer, Advances in Mathematics Education series, 2015b.

RADFORD, L. Ser, subjetividad y alienación. In: D'AMORE, B.; RADFORD, L. (Eds.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos**. 1. ed. Bogota: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017.

RADFORD, L. Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. **PNA**, v.12, n.2, p.61-79, 2018.

RADFORD, L. Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. In: TAKECO-GOBARA, S.; RADFORD, L. (Orgs.). **Teoria da Objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de Ciências e Matemática**. São Paulo: Livraria da Física, 2020, p.15-42.

RODRÍGUEZ, L.; ROGGERO, P. La modelización y simulación computacional como metodología de investigación social. **Polis Revista Latinoamericana**, v.13, n.39, 2014.

RUBIO, L.; PRIETO, J. L.; ORTIZ, J. La matemática en la simulación con GeoGebra. Una experiencia con el movimiento en caída libre. **International Journal of Educational Research and Innovation**, v.2, p.90-111, 2016.

SÁNCHEZ-N, I. V; PRIETO, J. L. Características de las prácticas matemáticas en la elaboración de simuladores con GeoGebra. **NÚMEROS**, v.96, p.97-101, 2017.

SÁNCHEZ, I. C.; SÁNCHEZ-N, I. V. Elaboración de un simulador con GeoGebra para la enseñanza de la Física. El caso de la Ley de Coulomb. **REAMEC - Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**, v.8, n.2, p.40-56, 2020.

Submetido em: 26/08/2018

Aceito em: 14/05/2020