



## CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA

### **Uma abordagem analítica da interpolação polinomial em um ambiente computacional: uma experiência prática no processo de ensino e aprendizagem de matemática na Educação Técnica**

***An analytical approach to polynomial interpolation in a computational environment: a practical experience in the teaching and learning of mathematics in Technical Education***

Edel Alexandre Silva Pontes<sup>1</sup>

#### **RESUMO**

Diversas pesquisas são realizadas anualmente na Educação Matemática com o propósito de apresentar alternativas para o ensino de matemática em ambientes computacionais. A transformação tecnológica do mundo moderno proporcionou uma mudança metodológica na prática de ensinar e aprender matemática. Atualmente, o uso de tecnologias educacionais, em sala de aula, é requisito primordial para aproximar o aprendiz dos conteúdos de matemática. Este trabalho tem por objetivo apresentar o comportamento das funções polinomiais através de um conjunto de pontos, chamado Interpolação Polinomial, em um ambiente computacional. Uma pesquisa de campo foi realizada com 16 estudantes da Educação Técnica de uma Escola Pública Federal para comprovar que o grau de motivação e de interesse pela matemática aumentou com a utilização de um ambiente computacional. Espera-se que outros trabalhos dessa magnitude sejam desenvolvidos, no meio acadêmico, e que possamos minimizar as defasagens entre a teoria matemática e sua prática por intermédio de novas tecnologias.

**Palavras-chave:** Ensino de matemática; Interpolação polinomial; Ambiente computacional.

#### **ABSTRACT**

*Several researches are carried out annually in Mathematics Education with the purpose of presenting alternatives to the teaching of mathematics in computational environments. The technological transformation of the modern world has provided a methodological change in the practice of teaching and learning mathematics.*

*This work aims to present the behavior of the polynomial functions through a set of points, called Polynomial Interpolation, in a computational environment. A field research was carried out with 16 students from the Technical Education of a Federal Public School to prove that the degree of motivation and interest in mathematics increased with the use of a computational environment. It is hoped that other works of this magnitude will be developed in the academic world and that we can minimize the lags between mathematical theory and its practice through new technologies.*

<sup>1</sup> Instituto Federal de Alagoas - IFAL, Maceió/AL - Brasil. E-mail: [edelpontes@gmail.com](mailto:edelpontes@gmail.com)

**Keywords:** *Mathematics teaching; Polynomial interpolation; Computational environment.*

## 1. INTRODUÇÃO

Diante do advento do computador e o surgimento de novas tecnologias educacionais, o ensino de matemática precisou se adaptar a uma nova prática metodológica na educação básica. De França (2013) afirma que as novas tecnologias de informação e comunicação, tornam-se indispensáveis para desenvolver novas abordagens educativas na formação do cidadão para lidar com os desafios do mundo moderno.

Diversas áreas, tais como: Geometria; Álgebra; e Lógica, são tratadas na Educação Matemática como modelos imprescindíveis para a compreensão de fenômenos científicos e sua aplicação em ambientes computacionais torna-se o aprendizado mais próximo da realidade do aluno.

A matemática ensinada nas escolas e a realidade do mundo atual caminham em sentidos antagônicos, em uma verdadeira desarmonia. Enquanto a humanidade aprecia o aparecimento de novas tecnologias, a matemática continua sendo digerida nos mesmos moldes do início do século XX. [...] A sociedade da informação e a caracterização e mecanismos de transmissão do conhecimento, além dos muros da escola, exigirão uma mudança profunda ou até a extinção dos sistemas de ensino tradicionais que conhecemos. (PONTES, 2018a, p.4).

O uso de Tecnologias Digitais no ensino de matemática fortalece a relação professor-aluno e minimiza as defasagens entre o ensino tradicional e a realidade do aprendiz. “As inovações tecnológicas oriundas do último século, sugerem transformações nos mais variados segmentos da vida moderna. O educador, espectador atento deste processo, necessita de um ferramental adequado e sustentador de tais metamorfoses.” (PONTES, 2013, p.3).

Cumpramos observarmos que o uso do computador é imprescindível na sociedade do conhecimento, e que a inserção de novas mídias no processo de ensino e aprendizagem não tornará obsoletas nem as mídias nem os métodos de ensino mais tradicionais. É necessário avaliar o que queremos enfatizar no ensino da Matemática e qual a mídia mais adequada para atender aos nossos propósitos (DAZZI; DULLIUS, 2013, p.385).

Entre os inúmeros modelos matemáticos, uma área fundamental para o uso de ferramentas computacionais são as funções polinomiais de grau  $n$ . A função polinomial de grau  $n$  tem uma importante finalidade na modelagem matemática; na resolução de problemas; e na interpretação de fenômenos científicos, sua natureza algébrica é extremamente simples e de fácil manuseio tornando-se um atrativo significativo para novos aprendizes. O critério motivacional deste trabalho deve-se a “simplicidade” do cálculo do valor de uma função polinomial restrito apenas ao conhecimento das operações elementares aritméticas.

A partir desta temática e considerando a pluralidade do uso das funções polinomiais em questões matemáticas, este trabalho tem por objetivo apresentar o comportamento das funções polinomiais de grau  $n$  através de um conjunto de  $n+1$  pontos, chamado Interpolação Polinomial, em um ambiente computacional. A proposta é encontrar uma função polinomial do grau  $n$  que melhor possa se adequar ao conjunto de  $n+1$  pontos. A metodologia da pesquisa baseou-se em um estudo analítico da Interpolação Polinomial através do Microsoft Excel 2016 e tendo como ferramenta a

Linha de Tendência Polinomial. Uma pesquisa de campo foi realizada com estudantes da Educação Técnica de uma escola pública federal para as devidas comprovações das hipóteses propostas.

Faz-se necessário considerar que o uso de tecnologias computacionais na educação básica seja um meio efetivo no processo de ensino e aprendizagem de matemática. Sendo assim, este trabalho justifica-se pelo sua aplicabilidade, em um ambiente computacional, e sem a perda do formalismo matemático. Segundo Pontes (2013) a trilogia aluno, professor e computador vem se transformando em uma relação fundamental e irreversível gerando uma série de recursos que possam contribuir de forma significativa no processo de ensino e aprendizagem de matemática.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

A Educação contemporânea deverá cumprir um novo paradigma pedagógico, de modo que os professores estejam dispostos a ser um facilitador na construção do conhecimento e que os novos aprendizes sejam capazes de tomar decisões, assumir responsabilidades e resolver problemas.

O tema Função Polinomial do grau  $n$  conduz o aluno aprendiz a um mundo com diversas possibilidades na interpretação de modelos matemáticos usuais. No estudo das funções polinomiais percebe-se que os alunos apresentam maiores dificuldades, principalmente, com a construção de gráficos e suas aplicações. A compreensão desse modelo através de técnicas computacionais gera maiores possibilidades de o aprendiz alcançar o conhecimento pleno desejado.

As ideias sobre funções percorrem o conhecimento escolar desde as primeiras noções de proporcionalidade nas séries iniciais do Ensino Fundamental, na Educação Básica, até o ensino de Cálculo Diferencial e Integral, na Universidade. Funções estão entre as mais poderosas e úteis noções em toda a matemática e inclusive em várias outras ciências. O impacto da tecnologia, sobre a maneira como as funções matemáticas são representadas, está conduzindo educadores matemáticos a repensarem o modo como as funções são ensinadas na escola (CAIRES; NASCIMENTO, 2012, p.391).

Pode-se definir uma função polinomial do grau  $n$ , como toda aplicação  $f:R \rightarrow R$ , tal que  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ , onde  $a_i \in R, i=0,1,2,3,\dots,n$ . Seja um conjunto de pontos  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ , que estão associados aos valores de uma função  $f(x_0), f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n)$ , respectivamente, queremos encontrar um polinômio  $p(x)$  tal que  $p(x_i) = f(x_i)$  para  $i=0,1,2,3,\dots,n$ . Esta prática é chamada Interpolação Polinomial e  $p(x)$  é chamado Polinômio Interpolador. A Figura 1 mostra um polinômio interpolador de 4º grau passando por cinco pontos.

Teorema: Seja  $f(x)$  uma função definida em  $(n+1)$  pontos distintos,  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ . Então existe um único polinômio  $p(x)$  de grau  $\leq n$ , tal que,  $p(x_i) = f(x_i)$  para  $i=0,1,2,3,\dots,n$ . Percebe-se, pelo teorema, que um Polinômio  $p(x)$  de grau  $n$  interpola a função em  $(n+1)$  pontos. Deste modo, a ideia central do trabalho é encontrar o polinômio interpolador de grau  $n$  gerado por  $(n+1)$  pontos.

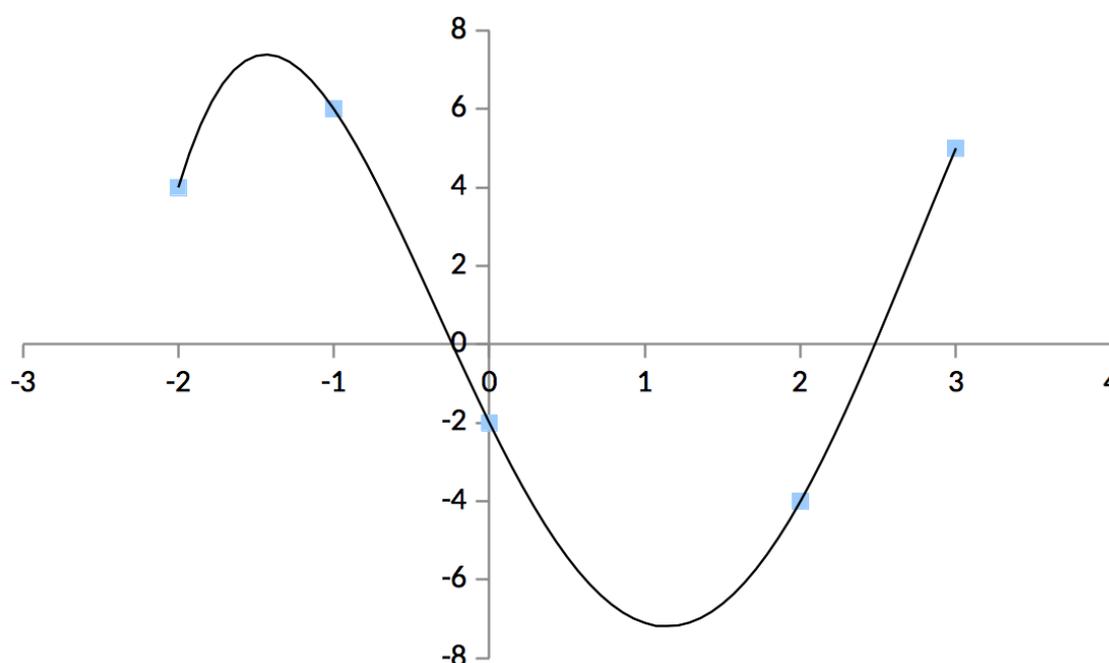
## 3. MATERIAIS E MÉTODOS

Segundo Moresi (2003, p.58) "A pesquisa é fundamentada e metodologicamente construída objetivando a resolução ou o esclarecimento de um problema. O problema

é o ponto de partida da pesquisa. Da sua formulação dependerá o desenvolvimento da sua pesquisa”. De modo a assegurar um estudo com variáveis qualitativas e quantitativas objetivando a construção e análise daquilo que se propõe na argumentação do trabalho, algumas ações foram realizadas:

1. Uma pesquisa bibliográfica no intuito de buscar referenciais teóricos que fundamentasse o trabalho proposto;
2. Implementação da ferramenta linhas de tendência do software EXCEL;
3. Apresentação da teoria sobre Interpolação Polinomial, utilizando um ambiente computacional, para 16 estudantes do curso técnico de Informática de uma Escola Pública Federal;
4. Aplicação de um teste com três questões sobre o tema exposto para os estudantes envolvidos;
5. Avaliação do grau de interesse e motivação dos estudantes, antes e depois do assunto exposto.
6. Análise estatística dos dados coletados;
7. As devidas conclusões.

**Figura 1** - Polinômio de 4º grau interpola a função em 5 pontos.  
(Polinômio Interpolador gerado no EXCEL).



Fonte: Elaborada pelo autor.

Para Pontes (2018b) o aprendizado de matemática, para o estudante envolvido, deve passar por diversos critérios para alcançar o êxito necessário na proposta pedagógica. Faz-se necessário que o aprendiz esteja consciente da importância dos modelos matemáticos para seu cotidiano e mantenha um estado de lucidez mental e descansado para enfrentar os desafios.

As necessidades do dia a dia fazem com que os aprendizes percebam a importância da atividade matemática em suas vidas, pois é através desta ferramenta que se permite ao envolvido reconhecer modelos, resolver problemas e tomar decisões. (PONTES, 2016, p.28).

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Inicialmente foi perguntado a cada estudante envolvido (Tabela 1), qual seu grau de motivação para aprender o conteúdo proposto: Interpolação Polinomial utilizando a ferramenta linha de tendência polinomial do software EXCEL. Em seguida o conteúdo proposto foi apresentado para os 16 estudantes envolvidos do curso técnico de informática. Logo depois, os estudantes foram submetidos à outra pergunta (Tabela 1): qual o seu grau de motivação após a prática desenvolvida? Tanto antes e como depois, os estudantes tinham que falar um escore de 1 a 5 (quanto maior o valor, maior motivação).

Nota-se que o grau de médio de motivação antes e depois (Tabela 2) foram, respectivamente, 2,1 e 4,8. Diante disto, pode-se afirmar que o grau de motivação dos estudantes aumentou após apresentação do modelo proposto, isto é, houve diferença estatisticamente significativa ( $p=0,00015837$ ) entre o antes e o depois.

**Tabela 1** - Grau de motivação dos estudantes antes e depois do conteúdo proposto.

| Estudante | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|
| Antes     | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 5 | 5 | 4 | 3 | 3  | 2  | 2  | 1  | 1  | 5  | 3  |
| Depois    | 4 | 5 | 4 | 4 | 3 | 5 | 5 | 4 | 5 | 3  | 4  | 4  | 2  | 4  | 5  | 4  |

Fonte: Elaborada pelo autor.

**Tabela 2** - Análise Estatística do grau de motivação- antes e depois

|              |     | p-valor    |
|--------------|-----|------------|
| Média Antes  | 2,1 | 0,00015837 |
| Média depois | 4,8 |            |

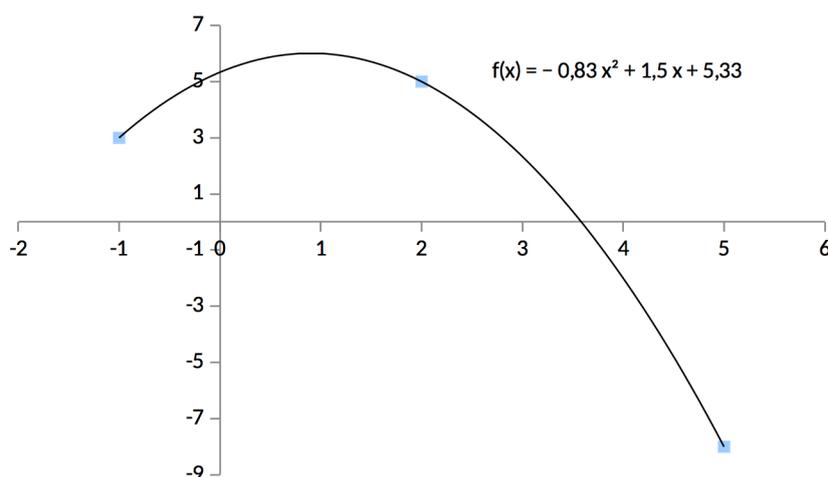
Fonte: Elaborada pelo autor.

Em seguida, os estudantes foram submetidos a um teste composto de três questões sobre o conteúdo abordado. A resolução de todas as questões propostas deveria ser feita pelo EXCEL utilizando a ferramenta linha de tendência polinomial. Para cada atividade, o aprendiz deveria apresentar o gráfico do polinômio de interpolação com sua equação associada. As perguntas propostas e suas respectivas respostas foram:

**Questão Um:** Seja  $y=f(x)=ax^2+bx+c$ , tal que  $f(-1)=3$ ;  $f(2)=5$  e  $f(5)=-8$ . Encontre  $f(x)$  e construa seu gráfico (Figura 2).

**Resposta Um:**

**Figura 2** - Polinômio Interpolador de 2º grau.



Fonte: Elaborada pelo autor.

**Questão Dois:** Dado o conjunto de pontos apresentado na Tabela 3, encontre o polinômio interpolador dos pontos e apresente seu gráfico (Figura 3).

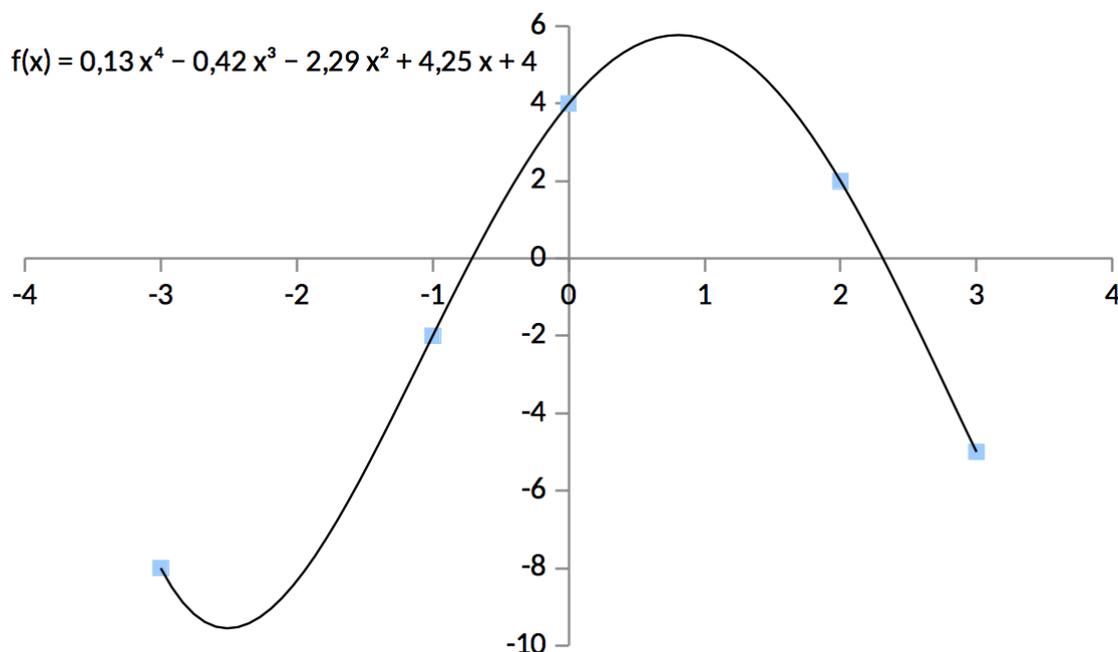
**Tabela 3** - Conjunto de pontos.

|   |    |    |   |   |    |
|---|----|----|---|---|----|
| x | -3 | -1 | 0 | 2 | 3  |
| y | -8 | -2 | 4 | 2 | -5 |

Fonte: Elaborada pelo autor.

**Resposta Dois:**

**Figura 3** - Resposta da Questão Dois.



Fonte: Elaborada pelo autor.

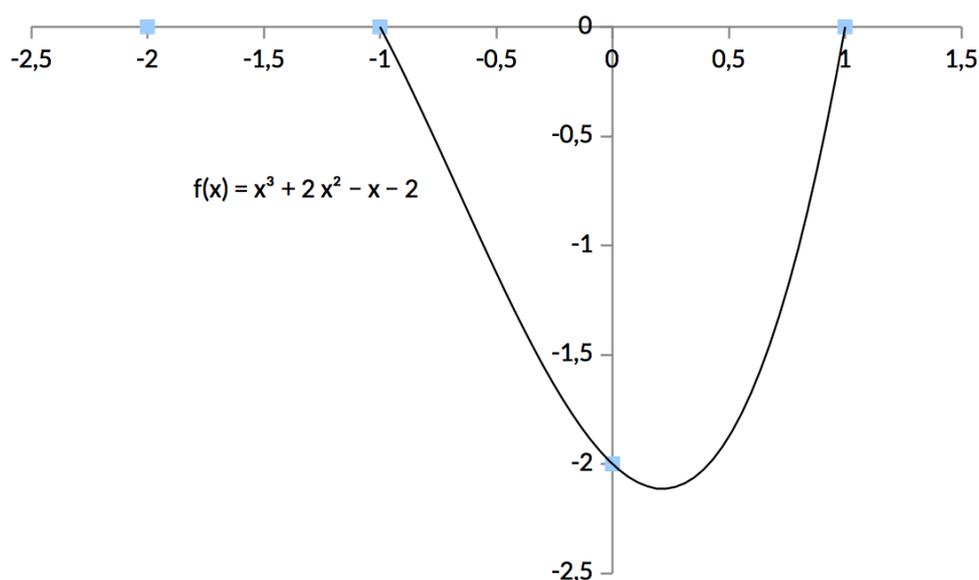
**Questão Três:** Seja a função polinomial do 3º grau  $f(x) = (x^2 - 1)(x + 2)$ . Encontre o polinômio interpolador e construa seu gráfico.

**Resposta Três:** Observe que os pontos  $(0, -2)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(-2, 0)$  e  $(-1, 0)$  satisfazem a função (Figura 4).

O intuito da resolução dos três problemas de matemática era para perceber o quanto os estudantes envolvidos tinham absorvido o estudo dos polinômios interpoladores através de um ambiente computacional. Diante de toda a evolução tecnológica do mundo moderno é indispensável o uso de software educativo para o ensino eficiente de matemática.

Os alunos tinham 50 minutos para a resolução das três questões, como também poderia consultar o material de aula. Não houve discussão entre os alunos, os exercícios propostos eram para ser resolvidos individualmente. Nota-se que a grande maioria dos estudantes conseguiram resolver as três questões propostas, pela Tabela 4, percebe-se que 93,75% dos alunos conseguiram encontrar a solução correta da Questão Um, 75% dos estudantes resolveram a Questão Dois e 62,5% dos estudantes chegaram a resposta correta da Questão Três. Para os alunos a Questão Um foi considerada de nível mais simples para sua resolução, em quanto a Questão três foi considerada mais complexa e de maior dificuldade de resolução.

**Figura 4** - Resposta da Questão Três.



Fonte: Elaborada pelo autor.

**Tabela 4** - Total de acertos dos estudantes envolvidos por questão.

|              | Total de Estudantes que resolveram a questão | Percentual de estudantes que resolveram a questão |
|--------------|--|---|
| Questão Um   | 15   | 93,75%  |
| Questão Dois | 12   | 75%   |
| Questão Três | 10   | 62,5%   |

Fonte: Elaborada pelo autor.

Isso mostra que a proposta de trabalho, em um ambiente computacional, obteve resultado bastante significativo do ponto de vista do aprendizado e eficiente do ponto de vista da operacionalidade.

O pensamento computacional define competências e habilidades que se tornam fundamentais para o efetivo domínio da tecnologia por todos em um mundo em que os dispositivos computacionais são cada vez mais pervasivos. Incorporar o pensamento computacional à educação básica envolve a análise sistemática de sua potencial sinergia com outras áreas do conhecimento, como a Matemática. (BARCELOS; SILVEIRA, 2012, p.8-9).

Com base nestas análises, pode-se concluir, que tanto pelo aumento do grau de motivação de aprender o conteúdo por meios computacionais, como pelo grande percentual de acertos por questão proposta, que este processo de ensino e aprendizagem de matemática é extremamente eficaz.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acredita-se que um ambiente computacional para o ensino e aprendizagem de matemática seja um modelo transformador para o futuro da educação e aproxime o aprendiz deste novo processo de construção de conteúdos matemáticos. A utilização de uma metodologia educacional interagindo diretamente com o computador fortalecerá as relações entre o professor e os alunos e conduzirá a geração de novos conhecimentos e modelos matemáticos.

Neste ambiente tecnológico, a matemática é explorada de forma a conduzir o aluno a uma prática usual de seu cotidiano. Esta interface aprendiz-computador no processo ensino-aprendizagem aproxima os conteúdos abstratos de matemática a uma realidade mais viva e concreta. Faz-se necessário uma quebra de paradigmas educacional de modo que o modelo tradicional de ensino e aprendizagem de matemática seja substituído por novas técnicas metodológicas, particularmente, com uso de software educativo.

“Sempre que propomos apresentar uma nova metodologia para a compreensão da matemática, aspiramos que seja uma proposta moderna e que possa trazer possibilidade de mudança na sociedade na formação de um cidadão crítico” (PONTES, 2016, p.30). Diante do exposto, espera-se que esta proposta seja fonte motivadora para outras pesquisas em Educação Matemática no desígnio de criar novas formas de gerar a construção do conhecimento matemático.

## 6. REFERÊNCIAS

BARCELOS, Thiago Schumacher; SILVEIRA, Ismar Frango. Pensamento computacional e educação matemática: relações para o ensino de informática na educação básica. In: WORKSHOP SOBRE EDUCAÇÃO EM COMPUTAÇÃO, 20., 2012, Curitiba. **Anais...** Curitiba: UFPR, 2012.

CAIRES, João Batista Silva; NASCIMENTO, Jorge Costa do. Um estudo de funções polinomiais de 1º e 2º graus em ambiente informatizado. **Eventos Pedagógicos**, v.3, n.3, p.390-409, 2012.

DAZZI, Clóvis José; DULLIUS, Maria Madalena. Ensino de funções polinomiais de grau maior que dois através da análise de seus gráficos, com auxílio do software Graphmatica. **Bolema**, Rio Claro, v.27, n.46, p.381-398, ago. 2013.

DE FRANÇA, Rozelma Soares; DA SILVA, Waldir Cosmo; DO AMARAL, Haroldo José Costa. Despertando o interesse pela ciência da computação: Práticas na educação básica. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENGINEERING AND COMPUTER EDUCATION, 8., p.282-286, mar. 2013, Luanda. **Anais...** Luanda: Universidade Jean Piaget, 2013.

MORESI, Eduardo *et al.* **Metodologia da pesquisa**. Brasília: Universidade Católica de Brasília, 2003.

PONTES, Edel Alexandre Silva. HIPERMAT - Hipertexto Matemático: uma ferramenta no ensino-aprendizagem da matemática na educação básica. **Psicologia & Saberes**, v.2, n.2, 2013.

PONTES, Edel Alexandre Silva *et al.* O saber e o fazer matemático: um dueto entre a teoria abstrata e a prática concreta de matemática. **Psicologia & Saberes**, v.5, n.6, p.23-31, 2016.

PONTES, Edel Alexandre Silva *et al.* Abordagens imprescindíveis no ensino contextualizado de matemática nas séries iniciais da educação básica. **RACE-Revista da Administração**, v.1, p.3-15, 2018.

PONTES, Edel Alexandre Silva. A arte de ensinar e aprender matemática na educação básica: um sincronismo ideal entre professor e aluno. **Psicologia & Saberes**, v.7, n.8, p.163-173, 2018.

Submissão em: **23/08/2018**

Aceito em: **27/10/2018**