

UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO GENERALIZADO E O DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO EM LINGUAGEM C PARA O CÁLCULO DA PARCELA NOS SEIS PRINCIPAIS SISTEMAS

NESLEI NOGUEZ NOGUEIRA
VINICIUS CARVALHO BECK



RESUMO

O objetivo deste trabalho foi desenvolver e analisar um programa em linguagem C que utilize um esquema geral de amortização de dívidas em Matemática Financeira, com base em trabalhos precedentes. A metodologia para a realização da pesquisa segue uma abordagem qualitativa, com foco na análise da consistência matemática, intuitividade para o usuário e comparação com simuladores financeiros da internet. Ressalta-se que o trabalho também teve o objetivo de gerar um produto, que é o código em linguagem C que apresenta um esquema geral de amortização. Concluiu-se que o aplicativo está consistente com resultados numéricos de livros didáticos, é de fácil utilização para o usuário leigo e não apresenta desvantagens consideráveis em relação à simuladores financeiros on line.

Palavras Chave: Amortização. Generalizado. Aplicativo.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho surge como resultado de algumas reflexões sobre a descrição didática de sistemas de amortização em livros de Matemática Financeira, e também de como esses sistemas são abordados em simuladores da internet.

A partir de algumas buscas em simuladores, pensamos no desenvolvimento de um programa que fosse capaz de calcular as prestações nos seis principais sistemas de amortização encontrados nos livros didáticos: SAC, Price, Misto, Alemão, Americano com Juros no Final, Americano com Juros Periódicos. Esta ideia surgiu no momento em que se constatou que os principais simuladores financeiros da internet não abordam todos esses sistemas, enfatizando os mais usados em operações de financiamento e pagamento parcelado de dívidas, isto é, os sistemas SAC, Price e Misto, este último também chamado de sistema SACRE.

O propósito deste trabalho foi desenvolver e analisar um programa em linguagem C que utilize um esquema geral de amortização de dívidas em Matemática Financeira, com base em trabalhos desenvolvidos anteriormente.

A questão inicial de pesquisa era: "É possível desenvolver um esquema geral, a partir do qual todos os sistemas de amortização sejam originários?". A questão de pesquisa foi modificada, logo após constatarmos que Faro (2013) já havia desenvolvido um esquema algébrico geral de amortização. A partir daí foi proposta a seguinte questão: "É possível desenvolver um programa que utilize o esquema geral de Faro (2013) em seu código, e ao mesmo tempo, seja de fácil entendimento para o usuário leigo?".



2. SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

Nesta seção descreve-se brevemente as equações que calculam as parcelas nos seis principais sistemas de amortização presentes em livros didáticos de Matemática Financeira: SAC, Price, Alemão, Misto Americano com Juros no Final, Americano com Juros Periódicos. Focamos no cálculo da parcela tendo em vista o objetivo do trabalho, que é o desenvolvimento de um programa que calcula as parcelas em diferentes sistemas de amortização.

Segundo Faro (2013), o Sistema de Amortização Constante (SAC) pode ser descrito matematicamente como uma progressão aritmética de razão $R = \frac{-iF}{n}$ e primeiro termo $p_1 = F(i + \frac{1}{n})$, onde i é a taxa de juros F , é o capital a ser amortizado, e n é o número de anuidades.

Apenas por uma questão de conveniência e para manter uma consistência com outros sistemas de amortização neste trabalho, vamos utilizar a letra C para denotar o capital, no lugar F de no trabalho de Faro (2013). Assim, podemos dizer que o sistema SAC é uma progressão aritmética de razão $R = \frac{-iC}{n}$ e primeiro termo $p_1 = C(i + \frac{1}{n})$.

Sendo assim, invocando a fórmula $a_k = a_1 + (k-1)R$ do termo geral da progressão aritmética, e substituindo a razão e o primeiro termo do sistema SAC, obtemos a seguinte fórmula para a parcela qualquer nesse sistema: $P_k = \frac{C}{n} \cdot [1 + i \cdot (n - k + 1)]$.

Para todos os sistemas abordados neste trabalho, testamos as fórmulas no código a fim de verificar se os resultados estavam em concordância com um exemplo do livro de Matemática Financeira de Dal Zot e Castro (2015). No exemplo, considera-se um capital $C = 800,00$ uma taxa $i = 10\%$ e um período $n = 4$. Em todos os testes realizados constatou-se consistência de resultados numéricos com o exemplo apresentado no livro. Descreve-se a seguir as fórmulas que foram utilizadas no código para os outros sistemas de amortização.

Segundo Faro (2013), a prestação no sistema Price é dada por $P_k = \frac{F \cdot i}{[1 - (1+i)^{-n}]}$. Seguindo a notação que estamos adotando aqui para o capital, podemos reescrever essa expressão na forma

$$P_k = \frac{i \cdot c}{[1 - (1+i)^{-n}]}$$

Para a realização desta pesquisa foram realizados inicialmente testes em alguns simuladores financeiros da internet (BTONETTO CRIATIONS, 2016; GUIA DO CRÉDITO, 2016; GYPLAN, 2016). Nesses que pesquisamos, conseguimos simular apenas os sistemas mais utilizados para financiamentos, ou seja, aqueles de maior interesse para a população em geral: SAC, Price e Misto.

Constatamos, pelos valores obtidos nos Sistema Misto, também chamado de SACRE, acrônimo para Sistema de Amortização Crescente, que a fórmula utilizada é simplesmente a média aritmética entre as parcelas dos sistemas SAC e Price, ou seja, a prestação é dada pela expressão

UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO GENERALIZADO E O DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO EM LINGUAGEM C PARA O CÁLCULO DA PARCELA NOS SEIS PRINCIPAIS SISTEMAS



$P_k = \frac{P_{sac} + P_{price}}{2}$. Esta fórmula é a mesma utilizada por Dal Zot e Castro (2015) para o Sistema Misto, e os resultados encontrados nos simuladores concordam com aqueles encontrados no exemplo capital $C = 800,00$ taxa $i = 10\%$ e período $n = 4$.

Faro (2014) apresenta uma generalização para o Sistema Misto, na qual propõe que ao invés de se considerar apenas a média aritmética, com 50% para cada sistema, poderiam ser consideradas diferentes porcentagens para os dois sistemas. Por exemplo, poderia haver uma combinação com 20% para o sistema SAC e 80% para o sistema Price. Chamamos aqui este sistema de Faro (2014) de Sistema Misto Generalizado, uma vez que ele generaliza o Sistema Misto tradicional encontrado em muitos livros didáticos de Matemática Financeira.

Matematicamente, podemos dizer que o Sistema Misto Generalizado é uma combinação linear convexa (LIMA, 2013) das parcelas no sistema SAC e no sistema Price. Tecnicamente, na linguagem da Álgebra Linear, uma combinação linear convexa entre dois vetores u e v é uma expressão na forma $(1-\alpha).u + \alpha.v$, com $\alpha \in \mathbb{R}, 0 \leq \alpha \leq 1$. Sendo assim, as parcelas no Sistema Misto são dadas por

$P_k = (1-\alpha) \cdot \frac{i.c}{[1-(1+i)^{-n}]} + \alpha \frac{c}{n} [1+i.(n-k+1)]$. Em particular com $\alpha = 0$ tem-se o sistema Price puro, e com $\alpha = 1$ tem-se o sistema SAC puro.

Segundo Rezende (2003), as parcelas no Sistema Alemão de amortização podem ser calculadas pela expressão $PMT = [C.i] \div [1-(1-i)^n]$ com o pagamento adiantado em uma anuidade dos juros, isto é, os juros da primeira anuidade são pagos na entrada, os juros da segunda anuidade são pagos na primeira, e assim por diante. Sem muitas diferenças com relação à notação utilizada por Rezende (2003), calculamos a parcela no Sistema Alemão pela fórmula $P_k = \frac{i.c}{[1-(1-i)^n]}$, tomando a parcela da entrada $P_0 = i.c$ para representar os juros adiantados pagos na entrada.

Segundo Dal Zot e Castro (2015), no Sistema Americano com Juros no Final, todo o capital e todos os juros são acumulados e pagos todos de uma vez só no final. Algebricamente, optamos por

representar o cálculo das parcelas nesse sistema pela fórmula
$$P_k = \begin{cases} 0, & \text{quando } k < n \\ C.(1+i)^n, & \text{quando } k = n \end{cases}$$
.

A forma adotada para a parcela no Sistema Americano com juros no Final foi inspirada na fórmula de Faro (2013) para o cálculo da parcela no Sistema Americano com Juros Periódicos, que o autor preferiu chamar simplesmente de Sistema Americano. A fórmula de Faro (2013) é

$P_k = \begin{cases} P_k, & \text{para } k = 1, 2, \dots, n-1 \\ P_n = (1+i)F \end{cases}$. Ao adaptar para a notação do nosso trabalho, adotados a



UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO GENERALIZADO E O DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO EM LINGUAGEM C PARA O CÁLCULO DA PARCELA NOS SEIS PRINCIPAIS SISTEMAS



seguinte convenção da fórmula acima para o cálculo da prestação no Sistema Americano com Juros

$$\text{Periódicos } P_k = \begin{cases} i.C, \text{ quando } k < n \\ C.(1+i), \text{ quando } k = n \end{cases} .$$

Em resumo, temos o seguinte conjunto de fórmulas para o cálculo da prestação:

Esquema Geral

SAC:

$$P_k = \frac{C}{n} \cdot [1 + i \cdot (n - k + 1)]$$

Price:

$$P_k = \frac{i.C}{[1 + (1+i)^{-n}]}$$

Misto generalizado:

$$P_k = (1 - \alpha) \cdot \frac{i.C}{[1 + (1+i)^{-n}]} + \frac{C}{n} \cdot [1 + i \cdot (n - k + 1)]$$

Alemão:

$$P_0 = i.c \quad e \quad P_k = \frac{i.c}{[1 - (1+i)^{-n}]}$$

Americano – juros no final:

$$P_k = \begin{cases} 0, \text{ quando } k < n \\ C.(1+i)^n, \text{ quando } k = n \end{cases} .$$



Americano – juros periódicos:

$$P_k = \begin{cases} i.C, & \text{quando } k < n \\ C.(1+i), & \text{quando } k = n \end{cases}$$

3. METODOLOGIA

A metodologia para a realização do trabalho segue uma abordagem qualitativa (GERHARDT e SILVEIRA, 2009), com foco na análise da consistência matemática, intuitividade para o usuário e comparação com simuladores financeiros da internet.

Primeiramente, desenvolvemos um código em linguagem C utilizando as fórmulas do esquema geral descrito anteriormente. A consistência destas fórmulas foi testada, inicialmente com o exemplo capital $c = 800,00$ taxa $i = 10\%$ e período $n = 4$ de Dal Zot e Castro (2015), e posteriormente com outros exemplos em simuladores da internet (BTONETTO CRIATIONS, 2016; GUIA DO CRÉDITO, 2016; GYPLAN, 2016).

A intuitividade de um programa é a capacidade de ele ser cognitivamente acessível ao maior número de pessoas possível. Os próprios membros da equipe integrante do projeto que desenvolveu o programa testaram a intuitividade, realizando várias simulações, constando erros ou coisas a serem melhoradas, corrigindo ou melhorando o código, e testando as diferentes versões do programa.

Os integrantes da equipe realizaram paralelamente simulações em simuladores da internet a fim de analisar as principais diferenças entre nosso programa e as simulações *on line*, com objetivo de que as próximas versões do programa se aproximem cada vez mais, em termos de qualidade, dos já disponíveis.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seguir, apresenta-se a estrutura lógica utilizada no código em linguagem C que resulta, quando executado, no programa desenvolvido nesta pesquisa. Esta investigação também pode ser caracterizada como uma pesquisa de inovação, já que apresenta a novidade de incluir o Sistema Misto Generalizado em suas simulações. Não apresentamos aqui o código completo, porque ele é bastante extenso.



UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO GENERALIZADO E O DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO EM LINGUAGEM C PARA O CÁLCULO DA PARCELA NOS SEIS PRINCIPAIS SISTEMAS



Estrutura lógica utilizada no código:

$$P_k = \begin{cases} \alpha \cdot P_{SAC} + \beta \cdot P_{price} + \gamma \cdot P_{ALEMÃO} + \delta \cdot 0 + \varepsilon \cdot i \cdot c, & \text{quando } k < n \\ \alpha \cdot P_{SAC} + \beta \cdot P_{price} + \gamma \cdot P_{ALEMÃO} + \delta \cdot c \cdot (1+i)^n + \varepsilon \cdot c \cdot (1+i), & \text{quando } k = n \end{cases}$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta + \varepsilon = 1$$

$$1 \leq k \leq n$$

$$P_{ALEMÃO-ZERO} = i \cdot c$$

SAC: $\alpha = 1$ e $\beta = \gamma = \delta = \varepsilon = 0$

Price: $\beta = 1$ e $\alpha = \gamma = \delta = \varepsilon = 0$

Misto: $0 \leq \alpha \leq 1$, $\beta = 1 - \alpha$ e $\gamma = \delta = \varepsilon = 0$

Alemão: $\gamma = 1$, e $\alpha = \beta = \delta = \varepsilon = 0$

Americano – juros no final: $\delta = 1$, e $\alpha = \beta = \gamma = \varepsilon = 0$

Americano – juros periódicos: $\varepsilon = 1$ e $\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$

A estrutura lógica foi idealizada pelos membros da equipe e foi feita uma adaptação para escrever essa estrutura na sintaxe da linguagem C. O código gera um programa, cuja interface com o usuário é ilustrada na figura 1.

UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO GENERALIZADO E O DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO EM LINGUAGEM C PARA O CÁLCULO DA PARCELA NOS SEIS PRINCIPAIS SISTEMAS



```
G:\projeto\Cálculo da Amortização.exe

PROGRAMA PARA CALCULAR SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO
Digite o valor que pretende financiar:800
Digite o número de parcelas (visualiza até 296 parcelas):4
Digite a taxa de juros aplicada ao financiamento(en porcentagem):10
A taxa escolhido foi: 10%
Escolha un sistema de amortização
1 - SAC
2 - PRICE
3 - MISTO
4 - ALEMÃO
5 - AMERICANO - JUROS NO FINAL
6 - AMERICANO - JUROS PERIÓDICOS
Escolha a opção desejada:1
SAC
Parcela 1: 200,00
Parcela 2: 260,00
Parcela 3: 240,00
Parcela 4: 240,00
Deseja comparar os resultados com outro sistema de amortização?
1 - SIM
2 - NÃO
Escolha a opção desejada:2
Não quero fazer comparação

1- Reiniciar
2- Sair
Digite a opção desejada:
```

Figura 1: Parcelas no Sistema SAC.
Fonte: Autoria própria.

De acordo com os testes realizados, tanto para o exemplo capital $c=800,00$ taxa $i=10\%$ e período $n=4$ de Dal Zot e Castro (2015), quanto para outros exemplos simulados na internet (BTONETTO CRIATIONS, 2016; GUIA DO CRÉDITO, 2016; GYPLAN, 2016), os cálculos realizados pelo programa são consistentes, ou seja, não apresentaram incoerências numéricas.

Com relação à intuitividade e análise das vantagens/desvantagens, constatamos que tanto a utilização do nosso programa quanto a utilização dos simuladores *on line* podem ser realizadas por qualquer usuário leigo, pois não exige conhecimentos financeiros ou computacionais avançados.



UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO GENERALIZADO E O DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO EM LINGUAGEM C PARA O CÁLCULO DA PARCELA NOS SEIS PRINCIPAIS SISTEMAS



Os simuladores financeiros da internet apresentam a desvantagem de exigir conexão com a internet para sua utilização, no entanto, existem muitas informações na tela inicial desses simuladores, de modo que o usuário leigo pode ter alguma dificuldade até encontrar o cálculo da prestação SAC, Price ou no Sistema Misto. Esta é uma vantagem de nosso aplicativo, que além de não precisar de conexão com a internet, apresenta diretamente opções de cálculo especificamente para sistemas de amortização, sem apresentar excesso de informações para o usuário.

No entanto, nosso programa apresenta algumas desvantagens. Não foi encontrada até o momento uma plataforma que facilite seu download, o que impede o acesso público do programa desenvolvido, além disso, no nosso programa só é possível visualizar 296 parcelas. Uma alternativa talvez seja adaptar seu código para linguagem HTML.

Ainda que sejam consideradas as limitações do programa que desenvolvemos, destaca-se que ele representa uma inovação especialmente importante em termos didáticos, já que apresenta um esquema geral o qual abrange os sistemas de amortização mais recorrentes nos livros didáticos, não se restringindo apenas aos mais usados por instituições financeiras para financiamentos e empréstimos. Também ressaltamos a boa intuitividade e a consistência do programa, que reproduz satisfatoriamente todos os resultados, tanto da literatura (DAL ZOT e CASTRO, 2015) quanto dos simuladores financeiros *on line* (BTONETTO CRIATIONS, 2016; GUIA DO CRÉDITO, 2016; GYPLAN, 2016).

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do trabalho foi alcançado, visto que foi desenvolvido um programa capaz de calcular de forma generalizada as parcelas de vários sistemas de amortização, desde aqueles mais conhecidos por serem utilizados nas práticas financeiras, como os sistemas SAC, Price e Misto, até os mais exóticos, utilizados em operações financeiras mais específicas e sazonalmente presentes nos livros didáticos de Matemática Financeira, como os sistemas Americano, Alemão e também o recente Sistema Misto Generalizado (FARO, 2014).

Destacamos que poucos simuladores financeiros da internet abordam esses sistemas mais exóticos, o que do ponto de vista didático, é uma limitação para a aprendizagem da dinâmica dos financiamentos e amortização de dívidas, ambos muito estudados em cursos ligados às áreas de Gestão, Administração, Contabilidade e Economia.

Concluiu-se que o programa está consistente com resultados numéricos de livros didáticos, é de fácil utilização para o usuário leigo e não apresenta desvantagens consideráveis em relação aos simuladores financeiros da internet (BTONETTO CRIATIONS, 2016; GUIA DO CRÉDITO, 2016; GYPLAN, 2016).

Os participantes do projeto que deu origem a este trabalho possuem mais familiaridade com a Linguagem C do que com outras linguagens, motivo pelo qual esta linguagem para implementar



UM SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO GENERALIZADO E O DESENVOLVIMENTO DE UM APLICATIVO EM LINGUAGEM C PARA O CÁLCULO DA PARCELA NOS SEIS PRINCIPAIS SISTEMAS



o código foi escolhida. Busca-se futuramente adaptar o código aqui apresentado para linguagem HTML, possibilitando o uso on line do aplicativo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BTONETTO CREATIONS. **fazAconta**. Disponível em: <<http://fazaconta.com/amortizacao.htm>>. Acesso em: 18 Jun. 2016.

DAL ZOT, Wili; CASTRO, Manuela Longoni de. **Matemática Financeira:**

fundamentos e aplicações. Porto Alegre: Bookman, 2015. 151p.

FARO, Clovis José Daudt Lyra Darrigue de. Uma Nota sobre Amortização de Dívidas: Juros Compostos e Anatocismo. **Revista Brasileira de Economia**, v.67, n.3, p.283-295, 2013.

FARO, Clovis José Daudt Lyra Darrigue de. Sobre o Sistema de Amortização Linear Crescente. **Revista Brasileira de Finanças**, v.11, n.4, p.559-576, 2014.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (Org.). **Métodos de Pesquisa**. Editora da UFRGS, Porto Alegre, 2009. 120p.

GUIA DO CRÉDITO. **Guia do Crédito**. Disponível em: <<http://guiadocredito.com/>>. Acesso em: 18 Jun. 2016.

GYPLAN. **gyplan.com**. Disponível em: <http://www.gyplan.com/pt/home_pt.html>. Acesso em: 18 Jun. 2016.

LIMA, Elon Lages. Álgebra Linear. 3ª edição. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 1998.

REZENDE, Teotonio Costa. **Os Sistemas de Amortização nas Operações de Crédito Imobiliário: A Falácia da Capitalização de Juros e da Inversão do Momento de Deduzir a Quota de Amortização**. 2003. Dissertação (Mestrado em Gestão e Estratégia em Negócios), Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro - RJ. 151f.