



Revista
Educar Mais

Um século do comprimento de onda de De Broglie e a fenda dupla com partículas

A century of De Broglie wavelength and the double slit with particles

Un siglo de longitud de onda de De Broglie y la doble raja con partículas

Paulo Facin¹ 

RESUMO

Fez um século que o comprimento de onda de De Broglie foi proposto e a busca pela sua interpretação física ainda é um mistério. Aplicamos ao problema do experimento de Davisson e Germer (DG) a estratégia encontrada no trabalho "Uma ótica possivelmente mecânica" para resolver a "fenda dupla" com partículas, nesse caso o comprimento de onda de De Broglie se revela como a distância entre elétrons consecutivos num feixe de elétrons organizados de forma regular. Apresentamos argumentos para o ordenamento do feixe de elétrons utilizados no experimento de DG e a consequente relação entre a distância entre os elétrons e a voltagem que acelera o feixe. Além disso, apresentamos também, argumentos para uma interpretação física da frequência de um fóton como sendo o inverso do tempo de transição eletrônica que gerou o fóton, com a intenção de resolver de outra forma o paradoxo que De Broglie encontrou e que motivou seu trabalho.

Palavras-chave: Difração de elétrons; ótica mecânica; dualidade onda partícula; padrão de Young.

ABSTRACT

It has been a century since De Broglie's wavelength was proposed and the search for its physical interpretation is still a mystery. We apply to the problem of the Davisson and Germer (DG) experiment the strategy found in the work "A possibly mechanical optics" to solve the "double slit" with particles, in this case the De Broglie wavelength reveals itself as the distance between consecutive electrons in a beam of electrons organized in a regular way. We present arguments for the ordering of the electron beam used in the DG experiment and the consequent relationship between the distance between the electrons and the voltage that accelerates the beam. Furthermore, we also present arguments for a physical interpretation of the frequency of a photon as being the inverse of the electronic transition time that generated the photon, with the intention of resolving in another way the paradox that De Broglie found and which motivated his work.

Keywords: Electron diffraction; mechanical optics; wave particle duality; Young's pattern.

RESUMEN

Ha pasado un siglo desde que se propuso la longitud de onda de De Broglie y la búsqueda de su interpretación física sigue siendo un misterio. Aplicamos al problema del experimento de Davisson y Germer (DG) la estrategia encontrada en el trabajo "Una óptica posiblemente mecánica" para resolver la "doble rendija" con partículas, en este caso la longitud de onda de De Broglie se revela como la distancia entre electrones en un haz de electrones organizados de forma regular. Presentamos argumentos para el ordenamiento del haz de electrones utilizado en el experimento DG y la consiguiente relación entre la distancia entre los electrones y el voltaje que acelera el haz. Además, también presentamos argumentos para una interpretación física de la frecuencia de un

¹ Graduado em Física, Mestre em Física e Doutor em Engenharia Mecânica. Professor da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), Ponta Grossa/PR – Brasil. E-mail: facin@uepg.br.

fotón como la inversa del tiempo de transición electrónica que generó el fotón, con la intención de resolver de otra manera la paradoja que encontró De Broglie y que motivó su trabajo.

Palabras clave: *Difracción de electrones; óptica mecánica; dualidad onda-partícula; El patrón de Young.*

1. INTRODUÇÃO

Teorias de ensino aprendizagem são frequentemente utilizadas considerando a estrutura cognitiva do aluno e a possibilidade de desenvolver essa estrutura, facilitando ao aluno intuir sobre novos conteúdos, especialmente aqueles mais abstratos. Entretanto, existe outra estratégia, a de desenvolver os conteúdos de maneira a torná-los mais intuitivos e menos abstratos. Essa segunda estratégia nem sempre é possível, depende muito da "sorte", especialmente nos casos em que os conteúdos têm a ver com a mecânica quântica. No caso de uma tentativa ter sucesso, novas rotas para uma aprendizagem significativa são oferecidas. Nesse sentido o conteúdo "difração de elétrons" de Davisson e Germer (Davisson e Germer, 1927) tem sido um grande desafio para os físicos. Como demanda do ensino de física, na disciplina de Estrutura da Matéria, desde 1994, o princípio da proposta apresentada nesse trabalho, aparece como uma pergunta: O espalhamento de elétrons pelos átomos do cristal de Ni está rearranjando o feixe de elétrons incidente, de maneira que eles, depois de espalhados, se dirigissem preferencialmente para o máximo de difração? Esta pergunta foi feita porque o feixe incidente podia ter um ordenamento antes do espalhamento e essa preocupação com o ordenamento não estava presente na apresentação do assunto no livro texto (página 90, "Física Quântica: átomos, moléculas, sólidos, núcleos e partículas" - Eisberg e Resnick, 1979). Parecia que essa linha de raciocínio era evitada; não havia "bolinhas" representando o feixe de partículas! A latência do assunto permaneceu e, em várias oportunidades, com o acesso à internet, buscou-se trabalhos sobre o tema na expectativa de encontrar novidade. Por um lado, a frustração de não encontrar, por outro, o desafio de então buscar uma explicação alternativa para a difração de partículas. O caminho natural convergiu para o problema da fenda dupla: dispositivo que permite uma análise mais simplificada do fenômeno de difração ou interferência.

Há trezentos anos o padrão de fenda dupla nos serviu de "fiel da balança" para resolver uma "queda de braço" entre grandes nomes da ciência na época: os que tinham uma visão mecânica da luz, como Isaac Newton, e defendiam que a luz era composta por partículas e os que tinham uma visão ondulatória da luz, como Christiaan Huygens, e sustentavam que a luz era "composta" por ondas. A visão ondulatória prevaleceu de maneira tão forte que chegou a nós, após três séculos, como a única forma de explicar a figura de interferência do antigo padrão de Thomas Young para a fenda dupla. No ano de 2017, ao produzir apostila sobre o uso do *software* Excel no ensino de física e simular o comportamento das ondas secundárias de Christiaan Huygens (Huygens, 1690) em fenda dupla, percebeu-se que os cruzamentos dessas ondas sempre seguiam o caminho que levariam aos máximos de interferência de Thomas Young. Mais tarde, descobriu-se que essa informação já existia e era bastante utilizada, por exemplo, no livro "Óptica" de Eugene Hecht (Hecht, 2002). Sabendo disso, a missão era então dar um significado físico para as ondas secundárias de Huygens, ou seja, como as ondas secundárias se relacionavam com as partículas espalhadas e isso foi quase automático, foi só perguntar: O que acontece quando, por exemplo, um elétron viaja através dos espaços das fendas? Pergunta que nunca é feita para os fótons, ou o que for lançado sobre as fendas, juntamente com outras perguntas, por exemplo, como está organizado o feixe antes das fendas? Como as partículas são espalhadas nas fendas? A resposta que foi sugerida considera que as fendas são próximas o suficiente para que os elétrons passem perto das paredes das fendas a ponto de interagirem com sua

estrutura atômica, ao contrário de uma parede lisa que ele só pode ricochetear. Assim, ao passar muito próximo de um número gigantesco de átomos e seus elétrons, o elétron viajante deve sofrer a influência de campos elétricos intensos e variando com o tempo de maneira muito rápida. Espera-se que a natureza térmica, randômica, da vibração dos átomos irá espalhar o elétron numa dada direção e se outro elétron vier depois do primeiro, ele será espalhado em outra direção que não tem qualquer correlação com a do primeiro, ou seja, é razoável supor que as direções de espalhamento terão igual probabilidade de ocorrer. Assim, depois de um dado intervalo de tempo Δt , o elétron que é espalhado com uma velocidade v , estará a uma distância $r = v\Delta t$ das fendas e espera-se encontrar o elétron em uma casca esférica com raio r (em duas dimensões essa casca esférica torna-se uma semicircunferência), as quais seriam então as "ondas" secundárias de Huygens para partículas. Em 2020, foi publicado trabalho nessa linha de raciocínio com o título "Uma ótica possivelmente mecânica" (Facin, 2020), considerando um feixe organizado de partículas. Esse trabalho foi capaz de reproduzir os resultados de fenda dupla com partículas e possibilitou dar explicações mais intuitivas sobre:

- A refração e reflexão como fenômenos de interferência.
- A lei de Snell como caso particular das ondas "esféricas".
- O fenômeno de reflexão interna total.
- A curvatura que os feixes fazem logo que são espalhados.
- O caso de passar pelas fendas uma partícula de cada vez.

Este trabalho então respondia satisfatoriamente à pergunta inicial:

O espalhamento de elétrons pelos átomos do cristal de Ni está rearranjando o feixe de elétrons incidente, de maneira que eles, depois de espalhados, se dirijam preferencialmente para o máximo de difração?

Mas, o problema agora estava relacionado com um caso específico da fenda dupla: o caso de passar pelas fendas uma partícula de cada vez, ou seja, o comprimento de onda de Louis De Broglie. O experimento de difração de elétrons de Davisson e Germer e a concordância da expressão de De Broglie para o comprimento de onda de partículas materiais, levou os físicos a uma linha de raciocínio que aceitava o comportamento ondulatório de uma única partícula. Até então muitas partículas podiam ter comportamento coletivo descrito por ondas, como a água e o ar. O problema agora é como a explicação alternativa da fenda dupla para partículas pode ser usada para explicar o comprimento de onda de De Broglie? Apresentar uma resposta satisfatória para essa pergunta é a missão desse trabalho!

2. UM POUCO DA HISTÓRIA DO PROBLEMA

Estamos há cem anos de fevereiro de 1924, quando então era publicado o trabalho de Louis De Broglie "A Tentative Theory of Light Quanta" (De Broglie, 1924). Nesse artigo, De Broglie compila suas ideias descritas em vários outros artigos e a tese de doutorado, sendo apresentada em uma nota, de maneira resumida, a equivalência entre o Princípio de Fermat e o Princípio de Maupertuis. Essa equivalência acaba por relacionar o comprimento de onda da onda associada a um corpo e a quantidade de movimento desse corpo. Essa expressão seria confirmada em 1927 nos experimentos de Davisson e Germer, um dos resultados experimentais que se tornaria o pilar argumentativo para

a nova mecânica quântica ondulatória. De Broglie assumiu que a frequência que aparece na energia de um fóton, era uma frequência do próprio fóton. Ele investigou então se toda partícula teria uma frequência de vibração que deveria ser compatível com a equação da energia relativística de Einstein. No entanto, ao tentar unir essa frequência com a transformação relativística da frequência da partícula para um referencial em movimento, ele se deparou com um paradoxo: as duas expressões para as frequências apresentavam comportamentos diferentes. Ao tentar resolver esse paradoxo, ele criou a ideia de uma frequência não mais da partícula, mas de uma onda que se desloca junto à partícula. Uma boa revisão dos trabalhos de De Broglie em português é apresentada na dissertação de Pedro Sérgio Rosa "Louis de Broglie e as ondas de matéria" em (Rosa, 2004).

O experimento de Davisson e Germer, que mais tarde deu "luz" a teoria de De Broglie, tratava inicialmente do espalhamento de elétrons por poli cristais de Níquel. Mas, um acidente com uma garrafa de ar líquido, oxidou as amostras e o tratamento térmico para "limpar" estas amostras recristalizou os "muitos pequenos cristais" em partes maiores de monocristais de Níquel. O comportamento do feixe de elétrons espalhados apresentou então picos de intensidade em determinadas direções, os quais dependiam da voltagem aplicada para acelerar os elétrons do feixe. Desde então muitos experimentos sobre a difração de partículas foram realizados e, alguns autores, separam entre eles os que foram realizados com espalhamento por fenda dupla. Estes são os que podem contribuir com a famosa proposta didática do professor Richard Feynman, para explicar o padrão de Thomas Young da fenda dupla e esclarecer que, em escala subatômica, as partículas devem apresentar comportamento condizente com o das ondas. Em 1961 é publicado o trabalho de Claus Jönsson sobre a difração de elétrons em múltiplas fendas, publicado em inglês pela revista American Journal of Physics (Jönsson, 1974). Nesse trabalho, um aparato especial é produzido para funcionar como múltiplas fendas, semelhante as fendas utilizadas na difração da luz. O feixe de elétrons produzido é tratado de maneira diferente do feixe usado no experimento de Davisson e Germer, são usadas lentes eletrostáticas cilíndricas que manipulam o feixe. O experimento é realizado para os casos de uma, duas, três, quatro e cinco fendas e nos resultados são mostrados os máximos do padrão de interferência para cada caso. Em 1989 foi publicado também na revista American Journal of Physics por Tonomura e colaboradores (Tonomura; Endo; Kawasaki, 1989) mais um trabalho sobre a difração de elétrons em fenda dupla. Mas agora com uma intensidade tão baixa que os autores afirmam ter passado pelas fendas um elétron de cada vez. Os resultados apresentam pontos claros que vão se acumulando em certas regiões e formando padrões de interferência. Para além de elétrons, foram realizados experimentos de difração de átomos (Carnal e Mlynek, 1991) e nêutrons (Shull, 1969) e (Zeilinger; Gahler; Shull; Treirner, 1988).

A difração de elétrons está intimamente relacionada com o comprimento de onda de De Broglie. Não restam dúvidas, entretanto, temos que separar em duas partes os experimentos sobre a difração de elétrons. Ou seja, os que usam um feixe intenso de elétrons e, portanto, os elétrons chegam em grandes grupos nos centros de espalhamento e aqueles que usam feixes de baixa intensidade a ponto de um único elétron ser espalhado de cada vez. O segundo caso é o de maior interesse, pois seria a situação que confirmaria a natureza ondulatória das partículas.

Desde 1924 não tivemos novidades sobre a compreensão do comprimento de onda de De Broglie, seja de natureza experimental ou teórica. As novidades ficaram por conta da existência de experimentos, mas que acabam por confirmar o que já se "sabia": o comprimento de onda de De Broglie está intimamente relacionado aos fenômenos de difração de partículas. Essa falta de novidade tem muito a ver com outra demanda da física: a ausência de explicação do padrão de Young da fenda

dupla para feixes de partículas, que não fosse as explicações da física ondulatória. Nesse sentido, o trabalho sobre uma ótica mecânica (Facin, 2020) se mostra útil e apresenta novidades, por exemplo: 1) Uma explicação alternativa para o padrão de Young de fenda dupla e mostra que a passagem de uma partícula de cada vez pelas fendas, ainda reproduz os máximos secundários do padrão de Young sem a presença do máximo central. 2) Um critério que garantiria a passagem de uma única partícula de cada vez pelas fendas, ou seja, o critério da ausência de um máximo central. 3) Uma explicação para a curvatura que os feixes fazem ao deixarem imediatamente as fendas. Cada ponto do feixe que se desloca em direção a um máximo de interferência é formado pelo encontro das muitas partículas vindas das duas fendas, ou seja, em um máximo do anteparo sempre chegam partículas simultaneamente. 4) São apresentadas explicações para as "ondas secundárias" do princípio de Christian Huygens, que são reconhecidas como regiões de probabilidade diferente de zero de encontrar as partículas espalhadas, dando sentido a um máximo de interferência ser definido pelo cruzamento de duas dessas "ondas secundárias".

Fisicamente espera-se que a probabilidade de um ponto ser marcado num anteparo, ou em um detector, seja maior quanto maior for o número de partículas chegando ali ao mesmo tempo. Por outro lado, essa probabilidade é menor se uma partícula chegar sozinha, assim um "clac" no detector não deveria ser então o único critério para a detecção de uma única partícula.

Uma consequência natural do trabalho seria usar essa descrição de partículas, para examinar o experimento de Davisson e Germer e tentar explicar intuitivamente a natureza física do comprimento de onda de De Broglie, o que será feito na seção 5.

3. EXPLICAÇÃO TEÓRICA TRADICIONAL DA NATUREZA ONDULATÓRIA DAS PARTÍCULAS

O comprimento de onda dado pela expressão de De Broglie serviria para qualquer partícula e a partir do experimento de Davisson e Germer, tornou-se uma expressão tão forte, a ponto de experimentos imaginários serem propostos muito antes que fosse possível realizá-los em laboratório. Nesse sentido, é respeitada, ainda hoje pela comunidade de físicos, a explicação do professor Richard P. Feynman, apresentada na obra "The Feynman Lectures on Physics", escrita em quatro volumes juntamente com Robert B. Leighton e Matthew Sands (Feynman; Leighton; Sands, 2008). A explicação do padrão de interferência para o experimento de fenda dupla com um feixe de elétrons é citada com frequência em livros textos de graduação em física. No capítulo 37 do volume I e no capítulo I do volume 3, Feynman aborda o mesmo assunto: um experimento imaginário de um feixe de elétrons se comportando como ondas no trajeto entre as fendas e o detector. Os elétrons incidiriam sobre um dispositivo de fenda dupla, sendo espalhados e formando um padrão de interferência. A abordagem passa pela análise dessa situação, e para que o leitor possa usar sua intuição baseada no conhecimento do cotidiano, os elétrons são substituídos por projéteis indestrutíveis, disparados em direções aleatórias por uma metralhadora, as fendas são substituídas por dois buracos numa chapa grossa de metal. Assim, os projéteis que fossem em direção as fendas colidiriam com as paredes dos buracos e seriam espalhados em direção a um anteparo onde se contabiliza o número de projéteis que chegam numa dada posição. A maioria dos projéteis em direção aos buracos passaria em linha reta, sem colidir, e seria encontrado em frente aos buracos. As colisões com as paredes do "buraco" desviariam os projéteis em ângulos maiores e teríamos então, em frente aos buracos, duas regiões de maior probabilidade de encontrar os projéteis, diferentemente dos vários máximos secundários do

padrão de Young para a fenda dupla. Com essa abordagem, Feynman (Feynman; Leighton; Sands, 2008, v. 3, p. 11) espera ter dado argumentos para que aceitemos a forte proibição que é apresentada no início da seção:

Nesse capítulo atacaremos imediatamente o elemento básico do comportamento misterioso na sua forma mais estranha. Decidimos examinar um fenômeno que é impossível, absolutamente impossível, de ser explicado por qualquer modo clássico, e que vai direto ao cerne da mecânica quântica. Na verdade, ele contém o único mistério.

Essa estratégia, de usar esse exemplo, parte da ideia de que se conhece perfeitamente o que ocorre com o elétron ao passar pelas fendas. Ou seja, tendo ele se comportado como onda no experimento de Davisson e Germer, a onda "elétron" deveria sofrer interferência e se deslocar em direção aos máximos no anteparo. Como não conhecemos nenhum corpo que tenha uma onda associada a ele no mundo macroscópico, poder-se-ia usar qualquer exemplo que o padrão de Young não seria encontrado, então metralhadora, projéteis e buracos seriam uma boa escolha para ajudar o leitor a usar sua intuição cotidiana e entender tal impossibilidade.

4. UMA INTERPRETAÇÃO DA FREQUÊNCIA "DO" FÓTON: EVITANDO O PARADOXO DE DE BROGLIE

Lembramos que a frequência que aparece na energia de um quantum de luz na descrição do efeito fotoelétrico é a frequência do feixe de luz. Podemos pensar que essa frequência corresponde ao número de comprimentos de onda que passam por uma posição fixa, com a velocidade da luz e em um intervalo de tempo igual a um segundo. O fóton é algo que possui energia dependente da frequência das ondas eletromagnéticas em que "ele" está presente. Nesse vácuo de significado para a frequência do fóton, podemos sugerir uma busca a partir da origem do fóton no modelo de Niels Bohr do átomo, ou seja, na transição eletrônica entre dois orbitais atômicos. Pelo modelo de Bohr apresentado na página 139 do livro de Eisberg e Resnick (Eisberg e Resnick, 1979), entende-se que o fóton se localiza no tempo entre os instantes inicial e final da transição eletrônica. Bohr apresentou seu modelo para o átomo de hidrogênio considerando a atração coulombiana, com uma carga positiva de massa muito maior que a massa da carga negativa. O modelo planetário de Bohr apresentava órbitas circulares estáveis, nas quais o momento angular da carga negativa é quantizado e proporcional a constante de Planck. A carga negativa, ao passar de uma órbita para a outra de menor raio, faz com que o sistema emita radiação ou absorva se o raio da órbita aumentar. A energia dessa radiação é dada pela expressão de Einstein para um quantum de "luz", ou seja, proporcional a uma frequência. Bohr calculou a energia total do elétron numa dada órbita, energia cinética somada a energia potencial elétrica para aquela órbita e, pela relação de Einstein, a diferença de energia entre duas órbitas define então a "frequência" do fóton. Os resultados do modelo de Bohr foram extremamente satisfatórios para a época, pois, explicou todas as séries empíricas que existiam para prever as linhas espectrais do átomo de hidrogênio. Não fossem os resultados experimentais "confirmarem" o modelo de Bohr, provavelmente não estaríamos fazendo referência a ele, pois seus postulados não eram de fácil aceitação à época. Entretanto, semelhante à relação entre o comprimento de onda de De Broglie e o experimento de Davisson e Germer. Mas agora, com a teoria depois do experimento, esses resultados teóricos ajudaram a firmar a ideia de associar uma frequência ao fóton. Pensemos na situação física da transição eletrônica. Inicialmente, o elétron, em uma órbita circular não tem variação de energia, nem cinética, nem potencial; a força coulombiana é normal a trajetória do elétron e não tem componente na direção do deslocamento do elétron, ou seja, não

realiza trabalho sobre o elétron. Nessa situação, sem alterar sua velocidade, ou seja, sua energia total, o sistema elétron - próton não teria por que irradiar, mas, ao ser perturbado a ponto de mudar a trajetória do elétron, por exemplo, para uma órbita de raio menor, aparece então uma componente da força coulombiana na direção da velocidade do elétron que começa a injetar energia nele, aumentando sua velocidade, até que a próxima órbita do modelo de Bohr seja alcançada. O intervalo de tempo para tal transição nunca foi calculado. Esse é um problema que envolve dissipação de energia enquanto a transição ocorre, mas podemos adiantar, pelo modelo de Bohr, que a metade da variação da energia potencial do sistema nessa transição vai para o fóton. Do eletromagnetismo clássico podemos imaginar que o campo eletromagnético do sistema é perturbado pela transição durante um intervalo de tempo Δt . A perturbação viaja então com a velocidade da luz no vácuo "c" e depois desse intervalo de tempo ela atinge a extensão espacial $d = c\Delta t$. Interpretando a frequência do fóton como o inverso de Δt , essa expressão torna-se a conhecida relação entre comprimento de onda e frequência, $\lambda = c/\nu$, na qual a frequência $\nu = 1/\Delta t$ deve ser o inverso do tempo de transição eletrônica e não tem a característica de uma frequência, ou seja, de algo que se repete no tempo. Podemos pensar, então, que um feixe monocromático e coerente de fótons possui fótons alinhados de maneira que um fóton começa onde o outro termina. Logo, o comprimento de onda corresponderia ao mesmo tempo a extensão espacial do fóton e a distância entre os centros de dois fótons consecutivos, dando para o fóton a mesma "frequência" do feixe. Apesar das inúmeras perguntas que podem surgir, essa linha de raciocínio evitaria o paradoxo que De Broglie e colocaria o comprimento de onda de De Broglie como mais uma estratégia para se tratar a realidade subatômica.

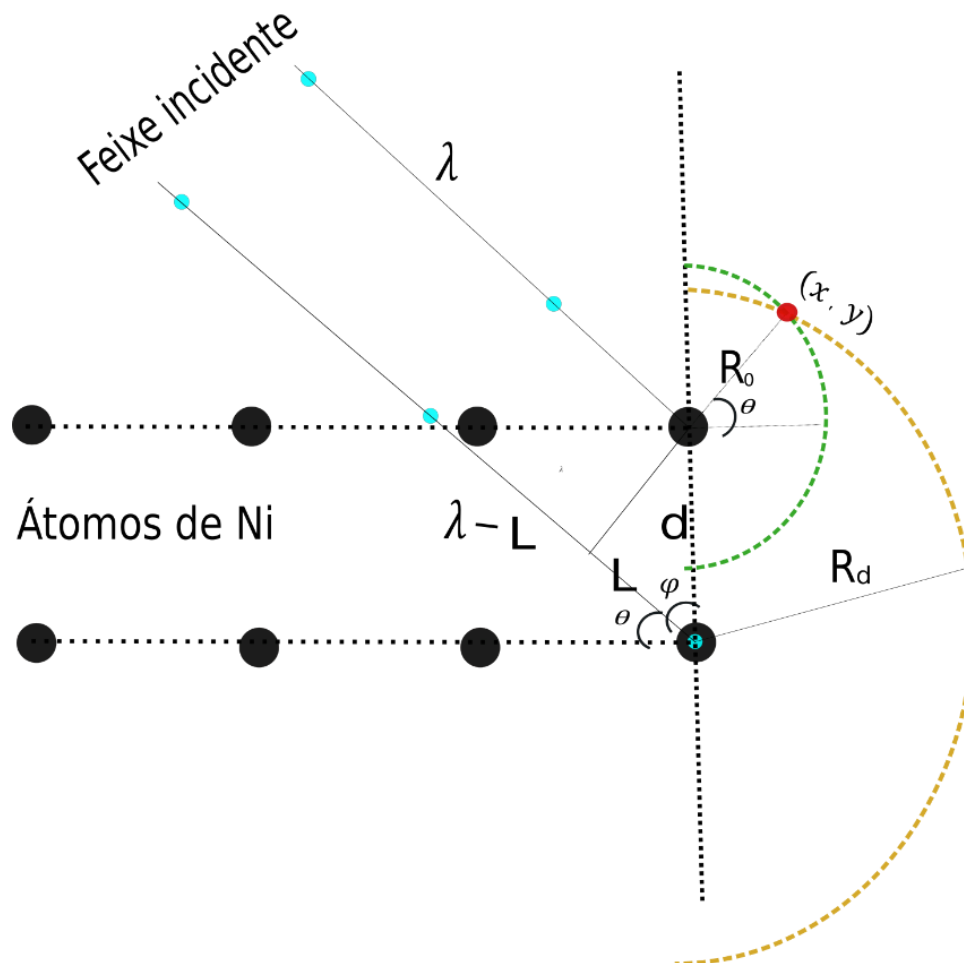
5. UMA NOVA EXPLICAÇÃO DOS RESULTADOS DO EXPERIMENTO DE DAVISSON E GERMER

A partir de agora vamos usar a descrição de um feixe de partículas para o caso do experimento de Davisson e Germer, ou seja, seguiremos os passos apresentados no trabalho "Uma Ótica possivelmente mecânica" (Facin, 2020) e explicar o comprimento de onda de De Broglie que usa a ideia de partículas. Nesse trabalho, o feixe de partículas é um feixe organizado; as partículas estão dispostas num ordenamento em duas direções: a) um conjunto de partículas ocupa um plano com direção perpendicular a direção de propagação do feixe e b) um plano de partículas está distante um do outro de uma distância fixa, que seria o análogo do comprimento de onda das "ondas planas" no caso da ondulatória.

Assim, para o caso de um feixe de elétrons atingindo a superfície de um cristal de níquel, temos que considerar a interferência entre o espalhamento de elétrons na primeira camada de átomos do cristal com o espalhamento na segunda camada, já que os elétrons do experimento de Davisson e Germer não tem energia suficiente para atingirem outras camadas no cristal. Na Figura 1 está a representação esquemática do feixe incidindo sobre o cristal. As linhas pontilhadas, nas cores verde e laranja, com centros nos átomos da estrutura cristalina, representam a região de probabilidade diferente de zero de encontrar os elétrons espalhados pelos átomos: as linhas se deslocam com a mesma velocidade dos elétrons. O formato de semicircunferências considera que as direções de espalhamento têm igual probabilidade. Poderíamos escolher circunferências inteiras para estudar os máximos de interferência que estariam próximos a direção do próprio feixe incidente, entretanto esse não é o caso de interesse. O ponto de cruzamento entre as semicircunferências é a região mais provável de encontrar elétrons e, portanto, são considerados como sendo os máximos de interferência. As linhas pontilhadas verde e laranja se deslocam com a mesma velocidade v dos elétrons, na Figura 1 a linha de cor laranja

representa a região onde se espera encontrar um elétron espalhado pelo átomo da segunda camada, depois de um intervalo de tempo $\Delta t = \frac{\lambda}{v}$. Já a linha de cor verde representa a possível posição de um elétron espalhado por um átomo da primeira camada depois do mesmo intervalo de tempo, ou seja, é um elétron que incidu sobre o cristal depois do primeiro, assim, o ponto de cruzamento em vermelho é a posição em que esses dois elétrons podem se encontrar. Se o detector for colocado nessa posição ele irá coletar o dobro de elétrons por unidade de tempo, ou seja, a intensidade de elétrons que chegam ali é maior que em outras posições.

Figura 1 – Esquema para a difração de elétrons separados pela distância λ incidindo sobre uma rede cristalina. As partículas do feixe incidente são pontos em azul e os átomos do cristal em preto. As linhas pontilhadas representam as regiões de probabilidade diferente de zero de encontrarmos uma partícula



Fonte: Autor

Para observar o padrão de interferência, nos interessa a posição dos máximos, ou seja, a posição de cruzamento (x, y) das semicircunferências. Podemos escolher, após um intervalo de tempo qualquer, uma circunferência de raio R_0 , centrada na origem em $y = 0$ e outra de raio R_d centrada em $y = -d$. Enquanto um elétron espalhado na camada inferior se desloca de uma distância R_d , o próximo elétron que irá ser espalhado pela camada superior demora um pouco mais e se desloca $R_0 = R_d - (\lambda - L)$, com isso, as equações das duas "circunferências" são dadas por:

$$x^2 + y^2 = (R_d - (\lambda - L))^2 \quad , \quad (1)$$

$$x^2 + (y - d)^2 = R_d^2 \quad , \quad (2)$$

eliminando x obtemos,

$$(y - d)^2 - y^2 = R_d^2 - (R_d - (\lambda - L))^2 \quad , \quad (3)$$

$$-2dy + d^2 = 2R_d(\lambda - L) - (\lambda - L)^2 \quad , \quad (4)$$

$$y = -\frac{2R_d(\lambda - L) - (\lambda - L)^2 - d^2}{2d} \quad . \quad (5)$$

Usando agora a equação (1) encontramos as coordenadas (x, y) do ponto de cruzamento das semicircunferências,

$$x = \left\{ (R_d - (\lambda - L))^2 - \left[\frac{2R_d(\lambda - L) - (\lambda - L)^2 - d^2}{2d} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad . \quad (6)$$

Da ondulatória, sabemos que devemos ter uma diferença de caminho entre as duas partes do feixe espalhado que as deixe com a mesma fase, ou seja, $2L = \lambda$ para um máximo de interferência, como $L = dsen\theta$ temos que encontrar $sen\theta$ e da Figura 1 notamos que:

$$sen\theta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{-\frac{2R_d(\lambda - L) - (\lambda - L)^2 - d^2}{2d}}{\pm [R_d - (\lambda - L)]} \quad , \quad (7)$$

$$2dsen\theta = \pm \frac{2R_d(\lambda - L) - (\lambda - L)^2 - d^2}{R_d - (\lambda - L)} \quad , \quad (8)$$

e longe da superfície do cristal $R_d \gg (\lambda - L)$ e $R_d \gg d$, ou seja,

$$2dsen\theta = 2(\lambda - L) \quad . \quad (9)$$

Escolhemos na equação (8) o sinal positivo. Essa escolha localiza o máximo na parte de cima da superfície do cristal, no mesmo lado do feixe incidente (a energia dos elétrons usados no experimento de Davisson e Germer não permite que eles atravessem o cristal e construam máximos na parte de baixo do cristal). Encontramos então:

$$2dsen\theta = 2(\lambda - dsen\theta) \quad , \quad (10)$$

$$sen\theta = \frac{\lambda}{2d} \quad . \quad (11)$$

Alguns dos valores usados no experimento realizado por Davisson e Germer, geralmente mostrados em livros didáticos, são $\lambda = 1,65\text{Å}$, $\varphi = 25^\circ$, $d = 0,91\text{Å}$. Com esses valores e a equação (11) encontramos $\theta = 65^\circ$ que foi o ângulo obtido no experimento. Temos que observar que esse ângulo está em relação ao eixo x . Em relação ao eixo y (a normal), o ângulo é 25° , ou seja, a interferência nesse problema coincide com uma reflexão especular, que já era de se esperar quando impomos $2L = \lambda$. Próximo da superfície do cristal esse ângulo tem outros valores dados pela equação (8).

Esse resultado sugere que o comprimento de onda de De Broglie pode ser interpretado como sendo a distância entre os elétrons do feixe incidente.

6. ORDENAMENTO NO FEIXE INCIDENTE

Temos que mostrar agora como poderia o feixe de elétrons do experimento de Davisson e Germer estar organizado. Para isso vamos considerar que um filamento aquecido foi usado no experimento. Isso gera uma "nuvem" de elétrons emitidos termicamente pelo filamento. Esses elétrons estão pouco afastados do metal do filamento, ainda sob a ação do potencial elétrico atrativo da superfície do metal e da repulsão entre elétrons. Ou seja, em um estado de "equilíbrio comprimido" no qual devem guardar uma distância média mínima entre elétrons. Quando esses elétrons são acelerados por um potencial elétrico em direção ao alvo, uma nova compressão sobre a nuvem de elétrons será exigida. A camada mais externa da nuvem de elétrons está totalmente livre para ser acelerada, mas as camadas mais internas são blindadas pelas mais externas e irão ser aceleradas contra estas camadas sofrendo repulsão. Assim, a distância média mínima entre os elétrons acelerados nesse caso será

determinada pelo potencial elétrico que acelera os elétrons da nuvem. Quanto maior esse potencial, menor a distância mínima; quanto maior a quantidade de movimento dos elétrons, menor é a distância entre eles. A linha de raciocínio usada nos leva a crer que, se escolhermos o comprimento de onda de De Broglie como sendo a distância entre os elétrons do feixe, a relação de De Broglie poderá ser satisfeita:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad . \quad (12)$$

Em termos quantitativos, podemos sugerir obter a distância entre dois elétrons sob a ação de um potencial elétrico V_0 , a energia potencial irá definir uma distância de aproximação mínima λ entre os elétrons:

$$V_0 = k \frac{e}{\lambda} \quad , \quad (13)$$

$$\lambda = k \frac{e}{V_0} \quad . \quad (14)$$

O potencial usado no experimento de Davisson e Germer foi $V_0 = 54V$, ou seja,

$$\lambda = k \frac{e}{V_0} = 2,67 \cdot 10^{-11} m \quad . \quad (15)$$

Enquanto que o comprimento de onda de De Broglie para esse caso é:

$$\lambda_D = 1,67 \cdot 10^{-10} m \quad . \quad (16)$$

Apesar de $\lambda_D = 6,27\lambda$, temos que observar que na expressão (15) foi considerado o potencial repulsivo de um único par de elétrons. Levando em conta mais elétrons, a repulsão aumenta e a distância λ entre eles também, o que aproximaria mais a distância mínima entre elétrons do valor λ_D .

7. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO

O comprimento de onda de De Broglie está intimamente relacionado com o fenômeno de difração para partículas. O fato de fenômenos de difração (interferência), há cerca de trezentos anos, não ter sido explicado senão com os argumentos da física ondulatória, conduziu o pensamento de gerações de físicos aceitarem os argumentos sobre a interpretação da mecânica quântica e a aceitação de uma natureza ondulatória da própria matéria. Assim, a fenda dupla, como bem chamou nossa atenção o professor Richard Feynman (Feynman; Leighton; Sands, 2008), está no centro dessa discussão. Como uma consequência natural do trabalho "Uma ótica possivelmente mecânica" (Facin, 2020) que propõe uma solução da fenda dupla com partículas, apresentamos inicialmente os argumentos para uma interpretação física para o fóton que desobrigaria De Broglie a pensar numa onda associada a uma partícula, colocando seu trabalho como mais uma estratégia de lidar com a realidade e não a única. Posterior a isso, apresentamos argumentos para a organização do feixe de elétrons usado no experimento de Davisson e Germer, ordenamento necessário no trabalho de Facin aplicado ao problema de Davisson e Germer. Com isso, o comprimento de onda de De Broglie, nesse caso

emblemático da história da Física, é visto como “simplesmente” a distância entre os elétrons do feixe incidente sobre o cristal de Níquel.

Acreditamos que a linha de raciocínio apresentada nesse trabalho sugere uma análise muito mais criteriosa sobre os resultados experimentais para a difração de átomos e nêutrons, ou outras partículas, principalmente nos casos em que se diz estar lidando com partículas individuais.

A interpretação física mais intuitiva do comprimento de onda de De Broglie, por um século, tem sido deixada de lado, ficando como limite de até onde podemos ousar buscar uma interpretação intuitiva e relacionada com nossas experiências do mundo macroscópico. Tradicionalmente, é oferecido ao aluno aceitar o comprimento de onda de De Broglie como algo muito abstrato e ponto de partida para explicar a impossibilidade da figura de difração com uma descrição de partículas. A proposta apresentada possibilita ao aluno do curso de física pensar no comprimento de onda de De Broglie como resultado da análise do experimento de Davisson e Germer, desde à emissão dos elétrons até a chegada destes no detector. Ou seja, essa nova rota, para o comprimento de onda de De Broglie, considera que a estrutura cognitiva do aluno com aspectos da física clássica que são mais intuitivos, como a força elétrica e a diferença de potencial elétrico, é suficiente para a aprendizagem significativa do tema.

8. AGRADECIMENTOS

Agradeço aos colegas e amigos que contribuíram com a edição desse texto, Luis Orlando Emerich dos Santos e Marcelo Bronoski.

9. REFERÊNCIAS

Davisson, C.; Germer, L. H. Diffraction of electrons by a crystal of nickel. **Physical Review**, v. 30 n. 06, p. 705 – 741, December 1927.

De Broglie, M. L. A tentative theory of light quanta. **Philosophical Magazine Letters**, 47, p. 446–458, 1924.

Eisberg, R.; Resnick, R. **Física Quântica. Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas**. Rio de Janeiro: Campus Ltda, 1979.

Facin, P. C. Uma Ótica possivelmente mecânica. **Revista Educar Mais**, v. 4, n. 3, p. 460 a 480, 2020.

Feynman, R. P.; Leighton; R. B.; Sands, M. **Lições de Física**. 1ª ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2008. v. 1,2,3.

Hecht, E. **Optics**. 4 ed. São Francisco: Pearson Education, 2002.

Huygens, C. **Treatise on Light**. N. York (Leyden): Dover, 1690.

Jonson, C.; Electron Diffraction at Multiple Slits. **American Journal of Physics**, 42, 4, 1974.

Rosa, P. S. **Louis De Broglie e as ondas de matéria**. Campinas. Unicamp, 2004, 190 p. Dissertação –Universidade Estadual de Campinas. São Paulo. 2004.

Shull, C. G. Single Slit Diffraction of Neutrons. **The Physical Review**, v. 179, n. 3, p. 752-754, 1969.

Tonomura, A.; Endo, J.; Matsuda, T.; Kawasaki, T. Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. **American Journal of Physics**, 57 (2) (1989).

Zeilinger, A.; Gahler, R.; Shull, C. G.; Treimer, W.; Mampe, W. Single – and double-slits diffraction of neutrons. **Reviews of Modern Physics**, v. 60, n. 4, 1988.

Submissão: 29/04/2024

Aceito: 10/06/2024