



Revista
Educar Mais

Redes cristalinas como aplicação da Geometria Espacial: uma transposição para o Ensino Médio

Crystalline lattices as an application of Spatial Geometry: a didactic transposition to High School

Redes cristalinas como aplicación de la Geometría Espacial: una transposición a la Escuela Secundaria

Fernanda Rodrigues Ribeiro Weiland¹



• Rosângela Menegotto Costa²



Charles Dos Santos Guidotti³



RESUMO

Neste artigo apresentamos a análise de uma experiência de implementação de uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS), com base na Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, na disciplina de Matemática no terceiro ano do Ensino Médio. A UEPS composta por nove atividades abrange uma aplicação da geometria espacial, com foco na transposição do conteúdo de redes cristalinas através de atividades práticas. Esta pesquisa qualitativa utilizou múltiplos instrumentos de análise, incluindo depoimentos e avaliações dos estudantes e escritas da pesquisadora. A análise da experiência vivida durante o ano de 2022, demonstra que as atividades práticas tornaram as aulas mais interessantes e aumentaram a motivação dos estudantes para participar, inclusive nas atividades que envolviam cálculos, além de sugerir indícios de aprendizagem significativa.

Palavras-chave: Aprendizagem Significativa; Unidade de Ensino Potencialmente Significativa; Geometria Espacial; Redes de Bravais; Atividades Práticas.

ABSTRACT

In this article we present the analysis of an experience of implementing a Potentially Significant Teaching Unit (UEPS), based on Ausubel's Meaningful Learning Theory, in the Mathematics discipline in the third year of High School. The UEPS, composed of nine activities, covers an application of spatial geometry, focusing on transposing the content of crystalline lattices through practical activities. This qualitative research used multiple analysis instruments, including student statements and evaluations and the researcher's writings. The analysis of the experience during 2022 shows that practical activities made classes more interesting and increased students' motivation to participate, including in activities involving calculations, in addition to suggesting signs of significant learning.

Keywords: Significant Learning; Potentially Significant Teaching Unit; Spatial Geometry; Crystalline Lattices; Practical Activities.

¹ Licenciada em Matemática e Física e Mestre e Ensino de Ciências Exatas pela Universidade Federal de Rio Grande (FURG), Rio Grande/RS – Brasil. E-mail: nandaribeiro2004@gmail.com

² Bacharel, Mestre e Doutora em Física e Docente da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande/RS – Brasil. E-mail: rmenegottocosta@gmail.com

³ Licenciado em Física, Mestre em Educação em Ciências, Doutor em Educação em Ciências e Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas da Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande/RS – Brasil. E-mail: charles.guidotti@gmail.com

RESUMEN

En este artículo presentamos el análisis de una experiencia de implementación de una Unidad Didáctica Potencialmente Significativa (UEPS), basada en la Teoría del Aprendizaje Significativo de Ausubel, en la disciplina Matemática en el tercer año de Educación Media. La UEPS, compuesta por nueve actividades, cubre una aplicación de la geometría espacial, centrándose en la transposición del contenido de las redes cristalinas a través de actividades prácticas. Esta investigación cualitativa utilizó múltiples instrumentos de análisis, incluidas declaraciones y evaluaciones de los estudiantes y los escritos del investigador. El análisis de la experiencia durante 2022 muestra que las actividades prácticas hicieron las clases más interesantes y aumentaron la motivación de los estudiantes para participar, incluso en actividades de cálculo, además de sugerir signos de aprendizaje significativo.

Palabras clave: Aprendizaje Significativo; Unidad Didáctica Potencialmente Significativa; geometría espacial; redes Bravais; Actividades prácticas.

1. INTRODUÇÃO

Estudos desenvolvidos por Silva e Braz (2017) e Pacheco e Andreis (2018) evidenciam a dificuldade apresentada por estudantes na disciplina de Matemática. Vidaletti (2009) ainda apresenta dados nos quais a Matemática fica entre as primeiras disciplinas em que os estudantes apresentam maior dificuldade em relação às outras disciplinas do Ensino Médio. Neste contexto, a geometria espacial também traz desafios ao aprendizado, uma vez que a construção do espaço representativo não ocorre automaticamente e é efetivada apenas depois de ações relacionadas a essa construção, ao longo do processo de formação do estudante (RÊGO, RÊGO e VIEIRA, 2012).

Além disso, defendemos que, para ser significativa, a aprendizagem da geometria espacial necessita de mais elementos, uma vez que desenhos e definições não são suficientes. Corroborando com esta ideia Rêgo, Rêgo e Vieira (2012) mostram que insistir no ensino da geometria por meio de aula expositiva e sem envolver o estudante em atividades práticas, não permite que a maioria destes desenvolva conhecimentos que respondam às demandas de saberes matemáticos atuais. Por exemplo, Rêgo e Rêgo (2006) indicam a manipulação e visualização de sólidos geométricos como um auxílio ao aprendizado.

Nesse sentido, estruturamos uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa (UEPS⁴), seguindo os princípios propostos por Moreira (2011), pautada na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel, Novak e Hanesian (1980). A UEPS foi planejada para trabalhar o conceito de redes cristalinas⁵ ou redes de Bravais (PUREUR, 2001; CALLISTER; RETHWISCH, 2016) como uma aplicação da geometria espacial, através de uma transposição⁶. Seguindo as ideias expostas acima e considerando, também, a necessidade de aplicar e contextualizar os conceitos da matemática, a UEPS

⁴ Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS) são seqüências de ensino e serão descritas na seção 2.2.

⁵ A rede cristalina se caracteriza por um arranjo infinito de pontos dispostos regularmente no espaço, de modo que qualquer ponto da rede pode ser localizado por um vetor de translação (\vec{l}), dado pela equação $\vec{l} = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3$ que expressa a condição de simetria translacional, onde n_1 , n_2 e n_3 são números inteiros quaisquer e os vetores \vec{a}_1 , \vec{a}_2 e \vec{a}_3 são chamados vetores primitivos. A imposição da condição de simetria translacional implica num número limitado de redes cristalinas possíveis, que são as chamadas redes cristalinas de Bravais.

⁶ A transposição está detalhada na Atividade 3 (Metodologia).

contempla atividades práticas com a visualização, manuseio e construção de estruturas geométricas para o Ensino Médio.

Neste artigo apresentamos e analisamos a experiência vivida na implementação em uma escola da rede pública do estado do Rio Grande do Sul no ano de 2022.

Registramos que ao iniciar a construção da proposta didática, realizamos um estudo de revisão da literatura nos repositórios de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e Portal de Periódicos da CAPES. Utilizando os descritores “redes cristalinas e geometria espacial” não encontramos estudos ou propostas didáticas publicadas na literatura nacional. Deste modo, dentro dos limites pesquisados, acreditamos que a ideia desta proposta é original.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Nesta seção discutiremos os referenciais teóricos nos seus aspectos mais relevantes relacionados a esta pesquisa.

2.1 Teoria da Aprendizagem Significativa

De acordo com a TAS de Ausubel,

A essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal). Uma relação não arbitrária e substantiva significa que as ideias são relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição. (AUSUBEL, 1978, p. 41, apud MOREIRA, 1999, p. 155).

Ainda, segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), para que ocorra a aprendizagem significativa, é preciso que o estudante tenha uma predisposição a aprender e, também, que se considere seu contexto social na situação de ensino potencialmente significativa.

Também conforme defendem Moraes e Gomes (2007), em qualquer processo de aprendizagem há sempre um conhecimento inicial do qual é preciso partir. Conhecimento inicial ou conhecimentos prévios servem de subsunçores⁷ que, para Ausubel (MOREIRA, 1999), formam uma estrutura de conhecimento específica. Ainda, segundo Moreira (1999), para se obter o desenvolvimento de conceitos subsunçores, Ausubel recomenda o uso de organizadores prévios, que podem ser materiais introdutórios mais abstratos, apresentados antes do material que se objetiva desenvolver.

Ainda, o uso de organizadores prévios pode auxiliar na implementação de dois princípios programáticos que ocorrem durante a aprendizagem significativa, sendo eles a diferenciação progressiva - onde conceitos mais gerais devem ser apresentados no início e, progressivamente diferenciados - e a reconciliação integrativa - que explora relações entre ideias, aponta similaridades e diferenças importantes, reconciliando discrepâncias.

⁷ Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980) subsunçor é um conceito já existente na estrutura cognitiva que facilita a aprendizagem significativa.

Um processo também importante da teoria é a assimilação, e para Ausubel, ela “ocorre quando um conceito é assimilado sob um subsunçor já existente na estrutura cognitiva” (MOREIRA, 1999), e nesse processo pode ocorrer extensão, elaboração ou qualificação do subsunçor. E também, o subsunçor e a nova informação são modificados após a assimilação, os dois podem ser transformados; também a nova informação pode interagir com outros subsunçores, e o grau de assimilação depende da relevância de qualquer dos subsunçores (MOREIRA, 1999).

2.2 Unidade de Ensino Potencialmente Significativa

Sobre as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas, Moreira (2011, p. 44) afirma que “são seqüências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a aprendizagem significativa, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula”.

A filosofia na construção de uma UEPS, segundo Moreira (2011, p. 44), deve ser a seguinte: “só há ensino quando há aprendizagem e esta deve ser significativa; ensino é o meio, aprendizagem significativa é o fim; materiais de ensino que busquem essa aprendizagem devem ser potencialmente significativos”.

Além disso, alguns aspectos transversais devem ser observados para a construção de uma UEPS, sendo eles, a diversificação de materiais e estratégias, ainda devemos privilegiar os questionamentos e estimular o diálogo e a crítica, a proposição de situações-problema pode ser uma tarefa atribuída aos estudantes, a UEPS deve privilegiar as atividades coletivas, mas pode conter atividades individuais. Ainda segundo Moreira,

A UEPS somente será considerada exitosa se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências de aprendizagem significativa (captação de significados, compreensão, capacidade de explicar, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema). A aprendizagem significativa é progressiva, o domínio de um campo conceitual é progressivo; por isso, a ênfase em evidências, não em comportamentos finais. (MOREIRA, 2011, p.44-45).

Moreira (2011) sugere uma seqüência de passos na construção de uma UEPS, mostrada no Quadro 1, através da qual podemos desenvolver unidades de ensino potencialmente facilitadoras da aprendizagem significativa.

Quadro 1 - Passos para construção de uma UEPS

Descrição das principais ideias de cada passo
1º Passo: Definir o tópico a ser abordado, identificar aspectos declarativos e procedimentais.
2º Passo: Propor situações que levem o estudante a externalizar seus conhecimentos prévios.
3º Passo: Propor situações-problema, em nível bem introdutório, de modo acessível e problemático, levando em conta o conhecimento prévio do estudante - organizadores prévios - devem dar sentido ao novo conhecimento. Não devem ser exercícios de aplicação rotineira.
4º Passo: Apresentar o conhecimento novo, levando em conta a diferenciação progressiva, iniciar com aspectos mais gerais, inclusivos, mas logo exemplificar com aspectos mais específicos.

5º Passo: Retomar os aspectos mais gerais, estruturantes, em uma nova apresentação, porém em nível mais alto de complexidade, promover a reconciliação integradora. Propor atividade colaborativa com negociação de significados entre os estudantes e com mediação do professor.

6º Passo: Retomar as características mais relevantes do conteúdo, buscando a reconciliação integrativa, seguindo o processo de diferenciação progressiva. Propor novas situações-problema em níveis mais altos de complexidade; com atividades colaborativas com discussão em grande grupo, sempre com a mediação do docente.

7º Passo: Avaliar também de forma somativa, individual, evidenciando captação de significados, compreensão, capacidade de explicar e de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema.

8º Passo: Analisar a UEPS buscando evidências de aprendizagem significativa na avaliação do desempenho dos estudantes.

Fonte: Adaptado⁸ pela autora de Moreira, 2011, p. 44-45.

2.3 Atividades Práticas

Nesta pesquisa utilizamos atividades práticas no ensino - que são aquelas que utilizam material concreto ou manipulável segundo Passos (2006) - prática que defendemos, pois seguindo as ideias de autores como Rêgo e Rêgo (2006), Lorenzato (2006) e Duval (2012), acreditamos que as atividades práticas, além de facilitarem o aprendizado, motivam os estudantes.

Em Rêgo e Rêgo (2006) temos que,

[...]o material concreto tem fundamental importância pois, a partir de sua utilização adequada, os alunos ampliam sua concepção sobre o que é, como e para que aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos; (RÊGO; RÊGO, 2006, p. 43).

Segundo Lorenzato (2006), muitos educadores famosos reconheceram que a ação do indivíduo sobre o objeto é básica para a aprendizagem e, também, que o laboratório de matemática é indispensável, uma vez que as atividades práticas conduzem os estudantes a fazerem conjecturas, descobrirem caminhos e soluções. Corroborando com essas ideias, Duval (2012) diz que figuras geométricas são necessárias para fins de comunicação e são essenciais à atividade cognitiva do pensamento. Ainda, Passos (2006) defende que os materiais manipuláveis devem servir de mediadores para facilitar a aprendizagem e que auxiliam na construção da representação mental do objeto ou das formas.

3. METODOLOGIA

Desenvolvemos o estudo aqui apresentado a partir de uma experiência vivida com estudantes do Ensino Médio no Instituto Estadual de Educação Barão de Tramandaí, situado no litoral norte do Rio Grande do Sul, na cidade de Tramandaí, no mês de março do ano de 2022. A UEPS foi implementada, na disciplina de matemática, em uma turma constituída por trinta e sete estudantes, sendo dezesseis meninas e vinte e um meninos e com média de idade de dezessete anos. As atividades planejadas exigiam conhecimentos prévios de geometria espacial, por este motivo o público-alvo da ação foi uma turma do terceiro ano. O Instituto está situado em um bairro central da cidade, a maioria dos

⁸ Os passos listados por Moreira (2011) foram resumidos e organizados aqui em um quadro pelos autores.

estudantes é de classe média. Escolhemos esta escola por ser a instituição em que uma das autoras atua como docente. A implementação foi conduzida pela pesquisadora, que também atuava como professora regente da disciplina de matemática da referida turma.

Deste modo, este estudo se caracteriza, quanto à abordagem como qualitativo. Segundo Gerhardt e Silveira (2009), este tipo de pesquisa se preocupa com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização etc., buscando o porquê das coisas. A pesquisa contou com múltiplos instrumentos de análise, sendo eles a fala, a escrita e as avaliações realizadas pelos estudantes.

Para a realização das atividades, foram utilizados ambientes diversificados da escola, sendo eles a biblioteca, o laboratório de ciências e matemática e a sala de aula. Os recursos utilizados foram o projetor, computador, internet, aparelho de celular com WhatsApp, plataforma de ensino Google sala de aula, material dourado, peças de jogos em madeira, balança digital, transferidor, régua e esferas de vidro. Os demais recursos de baixo custo como esferas de isopor, palitos de madeira (dentais e de churrasco), cola escolar e calculadora foram solicitados aos estudantes. Algumas atividades foram realizadas em grupos (ver Quadro 2) de livre escolha dos estudantes.

A apresentação da metodologia vai tornar clara a transposição utilizada no tratamento simplificado do conceito de redes cristalinas. O uso da transposição foi necessário, primeiramente, para facilitar o entendimento de um tema relativamente complexo, normalmente discutido no ensino superior, em cursos de Física ou relacionados à área de materiais. Um tratamento mais geral do tema supõe, no mínimo, o uso de operações vetoriais, o que demandaria mais tempo, além de não ser o objetivo desta pesquisa. Em segundo lugar, na transposição, procuramos salientar os aspectos geométricos relacionados ao tema. Desta maneira, procuramos atingir o nosso objetivo principal que é introduzir o conceito de redes cristalinas, como uma aplicação da geometria espacial.

Planejamos as atividades conforme indicado por Moreira (2011), tanto na filosofia quanto nos aspectos transversais. Pautamos o planejamento na ideia do diálogo, a partir de situações-problema propostas, onde instigamos o estudante a socializar seus conhecimentos prévios e a dialogar com os colegas. A professora pesquisadora atuou como mediadora analisando, em conjunto com os estudantes, as informações trazidas por eles. Os estudantes, além de trabalharem com as situações-problema propostas, também em alguns momentos, criaram as suas próprias.

Outro aspecto a ser registrado refere-se ao processo avaliativo, que aconteceu concomitante à implementação, constituindo-se em avaliações formativas e somativas, como indicado por Moreira (2011).

3.1 Descrição das atividades realizadas

O Quadro 2 mostra uma breve descrição das atividades desenvolvidas, na ordem em que foram realizadas. Também são indicados o tempo utilizado, a informação quanto à organização dos estudantes (individual ou em grupos) e como cada atividade se relaciona com os passos que Moreira (2011) propõe, listados no Quadro 1.

Quadro 2 - Relação das atividades aplicadas nesta pesquisa

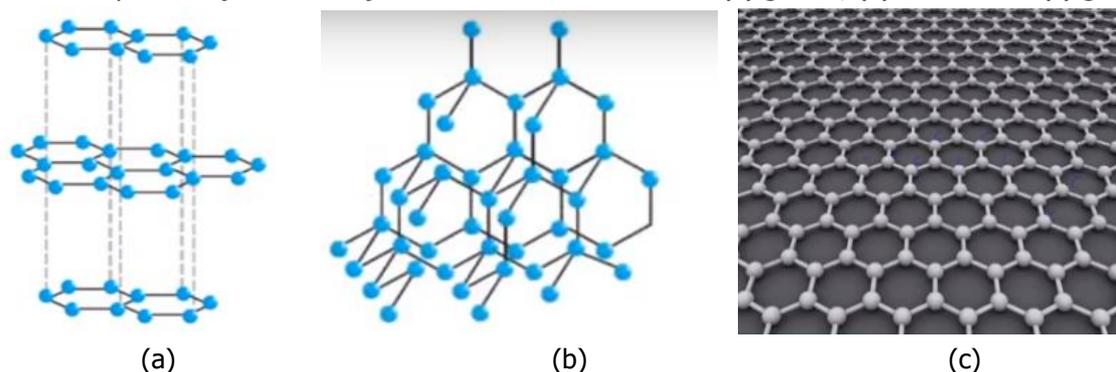
Atividade	Descrição da atividade	Tempo	Organização	Nº Passo
1	Motivação	15 min	Individual	1
2	Organização dos átomos ou moléculas nos três estados físicos	15 min	Individual	1 e 2
3	Introdução do conceito de sólido cristalino e conceituação das propriedades das redes com situações-problema	40 min	Trios	2 e 3
4	Situações-problema envolvendo cálculo de área, volume e massa específica	30 min	Trios	3
5	Questionário avaliativo individual sobre o desenvolvimento das atividades 3 e 4	10 min	Individual	7 e 8
6	Conceituação das redes de Bravais	10 min	Individual	4
7	Medição de maquetes das redes de Bravais	25 min	Duplas	5
8	Construção de maquetes de redes de Bravais e cálculo de diagonal destas maquetes	180 min	Grupos de até 6	6 e 7
9	Construção extraclasse de mais um tipo de rede	5 dias	Trios, uma dupla e um quarteto.	6 e 7

Fonte: Autoria própria, 2023.

Para contemplar o item de avaliação do Passo 7 (Quadro 1), analisamos as falas dos estudantes durante as exposições de ideias e diálogos ocorridos no decorrer da realização das atividades, a escrita em atividades individuais e o desempenho, principalmente nas construções das redes. A seguir serão descritas, em detalhes, cada uma das atividades apresentadas no Quadro 2.

Atividade 1: Como introdução ao assunto e, de forma a motivar os estudantes a participarem da pesquisa, foi apresentada a Figura 1, que representa a organização dos átomos de carbono no grafite, no grafeno e no diamante. Também foi feita uma breve exposição de informações sobre estes materiais. Após, foi realizado um debate com os estudantes, com o objetivo de que refletissem sobre essa organização dos átomos e sobre o fato de termos materiais diferentes, mesmo sendo compostos pelo mesmo elemento químico, neste caso, o carbono. Neste momento, foi declarado que durante a UEPS seria trabalhado o conceito de redes cristalinas, onde seria possível o entendimento das estruturas apresentadas na Figura 1. Vemos aqui a utilização da geometria na análise das estruturas apresentadas pelos átomos no grafite, grafeno e diamante. Esta atividade está relacionada ao Passo 1 (Quadro 1), por definir tópico a ser abordado.

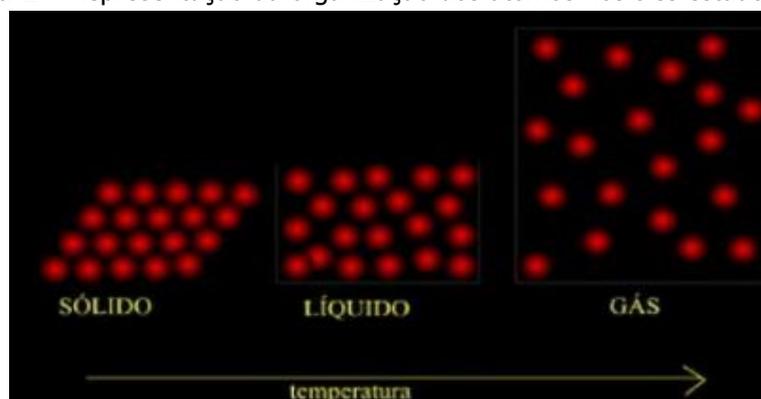
Figura 1 - Representação do arranjo dos átomos de carbono no (a) grafite, (b) diamante e (c) grafeno



Fonte: YouTube. (a) e (b) disponíveis em: <https://youtu.be/gl1DVjtGj4M>; (c) disponível em: <https://youtu.be/LtWAgJK9jGI>. Acesso em: 13 jan. 2023.

Atividade 2: Ocorreu um diálogo sobre a organização dos átomos de forma a relacioná-la aos exemplos do grafite, grafeno e diamante, trabalhados anteriormente. Foram citados mais exemplos e utilizadas figuras representando a organização dos átomos nos três estados físicos (Figura 2), nas moléculas da água e do hidrogênio. Neste momento foi esclarecido que esta pesquisa trataria dos sólidos, especificamente dos sólidos cristalinos. Durante toda a atividade os estudantes foram instigados a externalizarem seus conhecimentos prévios (Passo 2). Os estudantes fizeram, também, pesquisas na internet das imagens mostradas na Figura 1. Portanto, essa atividade também está relacionada ao Passo 1, por abordar o tópico a ser trabalhado, redes cristalinas. Novamente, foi utilizada a geometria para a análise das estruturas geométricas na organização dos átomos dos materiais citados.

Figura 2 – Representação da organização dos átomos nos três estados físicos



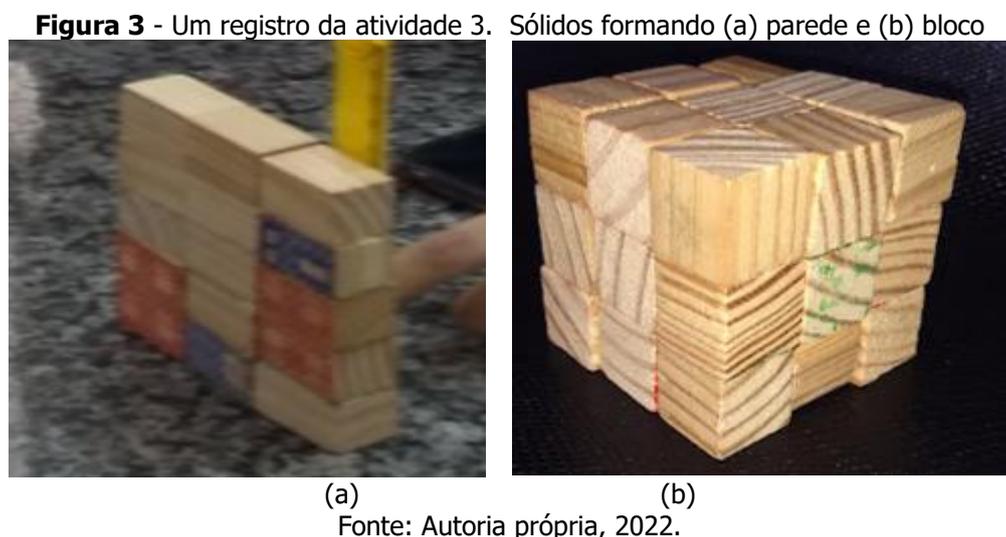
Fonte: Adaptada de <http://www.if.ufrgs.br/~leila/fase.htm>.

Atividade 3: Como continuação, foi introduzida a ideia de que, nos sólidos cristalinos, os átomos ou moléculas são arranjados de modo análogo aos tijolos, como em uma construção. Para a construção de uma parede, por exemplo, é preciso dispor os tijolos de uma maneira bem-organizada, de uma forma ordenada. Se for construída uma parede contígua à outra, obtém-se um bloco. Na biblioteca, que contava com mesas com seis ou oito lugares, foi proposta uma situação-problema: quais as formas geométricas que os tijolos poderiam ter para que se consigam formar paredes, com peças idênticas sem deixar espaços vazios? Aqui tem-se a realização do Passo 3 (Quadro 1). Foram apresentadas, pelos estudantes, três respostas: quadrado, retângulo e pirâmide. Neste momento, foi solicitado aos estudantes que ajudassem a analisar se, com a pirâmide, seria contemplada a condição de não haver espaços vazios, e logo os estudantes já perceberam que a pirâmide não poderia ser

utilizada. Quanto às respostas quadrado e retângulo, foi decidido não os corrigir e aguardar a continuidade dos trabalhos pois, possivelmente com a atividade prática conseguiriam perceber o erro.

Para dar continuidade à situação-problema, foi disponibilizado material prático na forma de peças de madeira em formatos de cubo, paralelepípedo, pirâmide, esfera e cilindro. Em trios, os estudantes manipularam as peças para que pudessem analisar com quais delas poderiam formar paredes (Figura 3(a)) e blocos (Figura 3(b)), utilizando peças idênticas sem deixar espaços vazios, organizadas assim como tijolos em uma construção. Após a manipulação das peças os estudantes conseguiram concluir que as possíveis de serem utilizadas seriam o cubo e o paralelepípedo. Durante essa atividade os estudantes foram instigados a externalizar conceitos prévios sobre geometria espacial assim como os utilizaram nas atividades práticas. Aqui identifica-se a realização do Passo 2.

Deste modo, foi feita uma transposição do conceito de simetria translacional das redes cristalinas (PUREUR, 2001, p. 15-16), com foco na geometria espacial, considerando-a como uma repetição de estruturas idênticas, ou unidades básicas, em três dimensões (3D) de maneira a preencher todo o espaço. Aqui entende-se que houve um processo implícito de diferenciação progressiva com a identificação das características da rede cristalina.



Atividade 4: Em continuação à situação-problema anterior, nesta atividade os estudantes calcularam a área, o volume e a massa específica dos tijolos, paredes e blocos da atividade 3. Salientamos que o conceito de massa específica já havia sido trabalhado anteriormente ao início desta pesquisa. Em um segundo momento foi disponibilizada uma nova peça para cada trio, para a qual deveriam calcular a massa específica. As novas peças consistiam em um cubo de aço 1045, e paralelepípedos de borracha, mármore e vidro. Os estudantes utilizaram uma balança digital para verificação das massas das peças e, com auxílio da internet, todos verificaram se os valores calculados para massa específica conferiam com os valores tabelados para os materiais utilizados.

As respostas dos cálculos foram socializadas. Deste modo, esta atividade relaciona-se ao Passo 3. Percebemos aqui os conceitos da geometria espacial utilizados nos cálculos de área e volume e, também, nas medidas que foram necessárias para a realização dos cálculos.

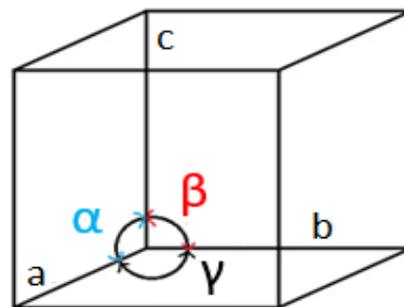
Atividade 5: Nesta atividade os estudantes responderam a um questionário descritivo sobre a dinâmica das atividades 3 e 4. Esse registro foi planejado para possibilitar o acesso à opinião dos estudantes e para posterior busca por evidências de aprendizagem significativa (Passos 7 e 8). Foi

entregue uma folha aos estudantes com as seguintes perguntas: O que você aprendeu de diferente? O que você mais gostou? O que poderia melhorar? Você quer escrever alguma sugestão? A folha com as respostas foi recolhida, as respostas estão detalhadas na análise de resultados.

Atividade 6: Através de uma aula expositiva, de acordo com o princípio da reconciliação integrativa, foi introduzido o conceito de redes de Bravais, identificando-as como unidades básicas produzidas pela natureza na formação dos sólidos cristalinos e relacionando-as aos tijolos e suas características que foram trabalhadas anteriormente na atividade 3.

Inicialmente foi projetada, no quadro, a Figura 4 com a indicação dos ângulos e as arestas de uma unidade básica cúbica. Em seguida foi projetado o Quadro 3, onde são apresentadas as quatorze redes de Bravais com especificação das características dos seus ângulos e arestas e agrupadas em sete sistemas cristalinos. Vemos a geometria espacial presente na identificação das formas e suas características. Esta atividade relaciona-se ao Passo 4, pois apresenta o conhecimento novo.

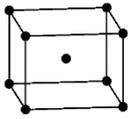
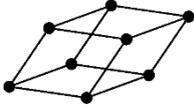
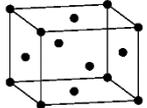
Figura 4 – Representação de uma unidade básica cúbica com denominação de arestas e ângulos formados entre as arestas



Fonte: Autoria própria, 2021.

Quadro 3 - Caracterização das quatorze redes de Bravais agrupadas em sete sistemas cristalinos. Os ângulos e arestas, mencionados na coluna sistema, devem ser identificados de acordo com a Figura 4

Sistema	Tipo de Rede	Representação	Sistema	Tipo de Rede	Representação
Triclínico $a \neq b \neq c$, $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$			Cúbico $a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Simplex	
Monoclínico $a \neq b \neq c$, $\alpha = \gamma = 90^\circ$ e $\beta \neq 90^\circ$	Simplex			Centrada	
	Base Centrada			Face Centrada	
Tetragonal $a = b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Simplex		Ortorrômbico $a \neq b \neq c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Simplex	
	Centrada			Base Centrada	

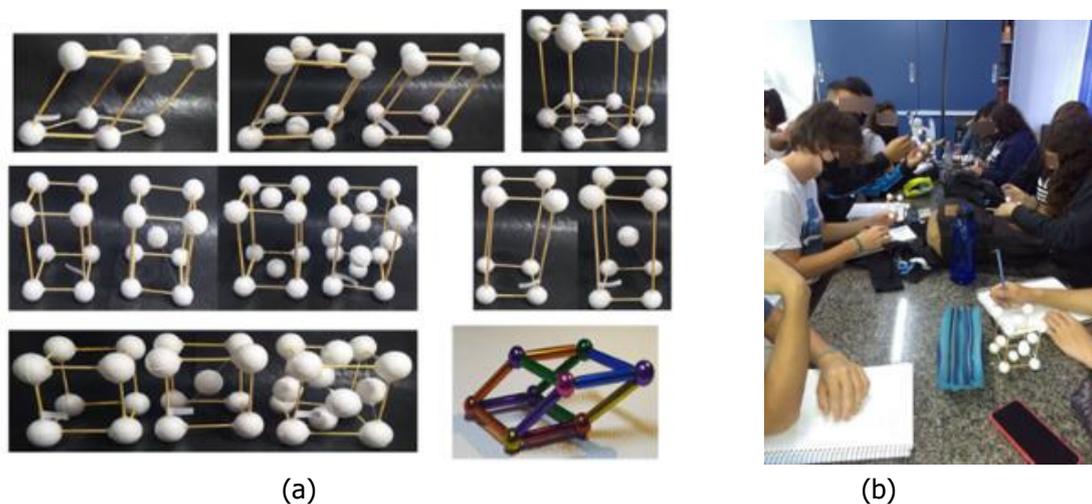
Hexagonal $a=b \neq c,$ $\alpha=\beta=90^\circ$ e $\gamma=120^\circ$			Centrada	
Trigonal $a=b=c,$ $\alpha=\beta=\gamma \neq 90^\circ$			Face Centrada	

Fonte: Autoria própria, 2022⁹.

Atividade 7: No laboratório da escola foram apresentadas maquetes das quatorze redes de Bravais, feitas pela professora pesquisadora e mostradas na Figura 5(a). Neste momento foi proposto aos estudantes que manipulassem as maquetes e conferissem se as arestas e os ângulos estavam de acordo com a respectiva rede, precisavam verificar as medidas e anotar nos cadernos os dados junto ao nome da rede. A Figura 5(b) mostra os estudantes manuseando e medindo as redes. Os dados referentes às redes (Figura 4 e Quadro 3) foram projetados no quadro, anexados em um mural, disponibilizados na plataforma Google Sala de Aula e enviados por WhatsApp aos estudantes.

A maioria dos estudantes só verificava as medidas e logo já trocava de rede sem que fosse feito qualquer registro no caderno. A professora pesquisadora resolveu não intervir porque observou que os estudantes estavam realmente manipulando as redes e verificando as medidas, que era o objetivo da atividade. Vemos aqui, na forma de atividade prática, a utilização de vários conceitos da geometria como, ângulos, arestas e identificação de formas. Essa atividade está relacionada ao Passo 5, pois foram retomadas as características das redes.

Figura 5 – (a) Redes produzidas pela pesquisadora e (b) estudantes manuseando e medindo as redes



Fonte: Autoria própria, 2022.

Atividade 8: Essa atividade foi realizada em duas etapas que foram introduzidas a partir de situações-problema. A primeira ocorreu na sala de aula e a segunda no laboratório da escola. Por retomar as características mais relevantes das redes de Bravais e por conter uma avaliação esta atividade se relaciona aos Passos 6 e 7.

⁹ Figuras das representações das redes estão disponíveis em: <https://www.geogebra.org/m/v5xezvga>

Nesta etapa foi proposto que cada grupo, presencialmente, construísse maquetes representando as sete redes de Bravais dos sistemas cúbico e ortorrômbico; as estruturas construídas foram avaliadas. O painel (a) da Figura 6 mostra uma foto dos estudantes construindo as redes. Os conceitos de geometria espacial foram utilizados na construção das redes e alguns desafios foram enfrentados, sendo eles: custo, tempo e fixação das esferas. Quando foi planejada a atividade, a esfera de isopor de 20 mm de diâmetro custava em torno de R\$ 0,15, quando foi feita a compra cerca de seis meses depois, foi pago praticamente o dobro do valor. A atividade foi realizada com grupos de até seis estudantes, de modo a diminuir os custos, mesmo assim o custo por estudante foi de R\$ 3,00 só com as esferas, mais o gasto com os dois tipos de palitos utilizados. Também, o tempo utilizado nas construções foi em torno de cinco vezes maior do que o planejado. Além disso, os estudantes apresentaram dificuldades em fixar as esferas na posição correta.

Na segunda etapa, aproveitando-se as estruturas construídas, foi proposto um exercício de cálculo das diagonais das redes e de suas faces, uma cúbica e outra ortorrômbica. Os estudantes não conseguiram lembrar das equações trabalhadas no ano anterior, mas não apresentaram dificuldades após serem lembrados de que as equações de diagonal são uma consequência direta do teorema de Pitágoras. A posição das esferas de isopor dificultou as medidas necessárias aos cálculos. Não estava planejado, mas foi mencionado aos estudantes que, depois de realizarem os cálculos, eles poderiam medir a diagonal na rede e verificar se os resultados dos seus cálculos estavam de acordo com a medida. Nesta etapa os estudantes utilizaram os conceitos de geometria nos cálculos, nas medidas e na verificação do resultado. No painel (b) da Figura 6 podemos observar os estudantes medindo as arestas para efetuarem os cálculos.

Figura 6 - Registro dos estudantes (a) construindo as redes de Bravais e (b) medindo as maquetes construídas



(a)



(b)

Fonte: Autoria própria, 2022.

Atividade 9: Como atividade extraclasse, foi solicitado aos estudantes que construíssem as redes mais complexas, com ângulos diferentes de 90° , para serem apresentadas à turma posteriormente. Cada grupo precisou construir, no mínimo, uma rede indicada por sorteio. Para a apresentação foi necessário que fosse explicado aos colegas as características relacionadas aos ângulos e as arestas do tipo de rede que foi construído e se houve dificuldade para a sua construção. Deste modo, os estudantes precisaram estar atentos a todas as características das redes. Dos onze grupos formados, dois grupos não realizaram a atividade. Um desses grupos não esteve presente na aula no dia marcado para a apresentação e o outro grupo relatou que preparou a apresentação, mas não teve tempo de construir a rede.

Quanto às apresentações, apenas um grupo organizou a apresentação com as informações solicitadas, os demais grupos apenas trouxeram fotos com registros da montagem da rede. Uma breve verificação durante a apresentação foi suficiente para comprovar que todas as redes obedeciam às medidas, de acordo com o tamanho das arestas e ângulos característicos de cada sistema. O painel (a) da Figura 7 apresenta o registro de uma rede construída pelos estudantes, o painel (b) mostra um grupo durante as apresentações e o painel (c) ilustra um slide de uma apresentação que foi projetado no quadro e postada por um grupo, na plataforma Google Sala de Aula. Então, essa atividade contemplou o passo 6 por retomar as características mais relevantes do conteúdo e o passo 7 por ser mais uma avaliação para busca de evidência de captação de significados.

Figura 7 - Registro de (a) uma rede monoclinica simples construída pelos estudantes, (b) um trio durante a apresentação e (c) uma postagem na plataforma Google Sala de Aula



(a)



(b)



(c)

Fonte: Autoria própria, 2022.

3.2 Organização da UEPS

A maioria das atividades que compõem a UEPS apresentada nesta pesquisa podem ser divididas em três partes que estão relacionadas aos organizadores prévios e aos princípios da diferenciação progressiva e reconciliação integrativa. Para facilitar o entendimento das relações citadas acima, as principais ideias tratadas nas atividades estão relacionadas também em um mapa conceitual apresentado na Figura 8.

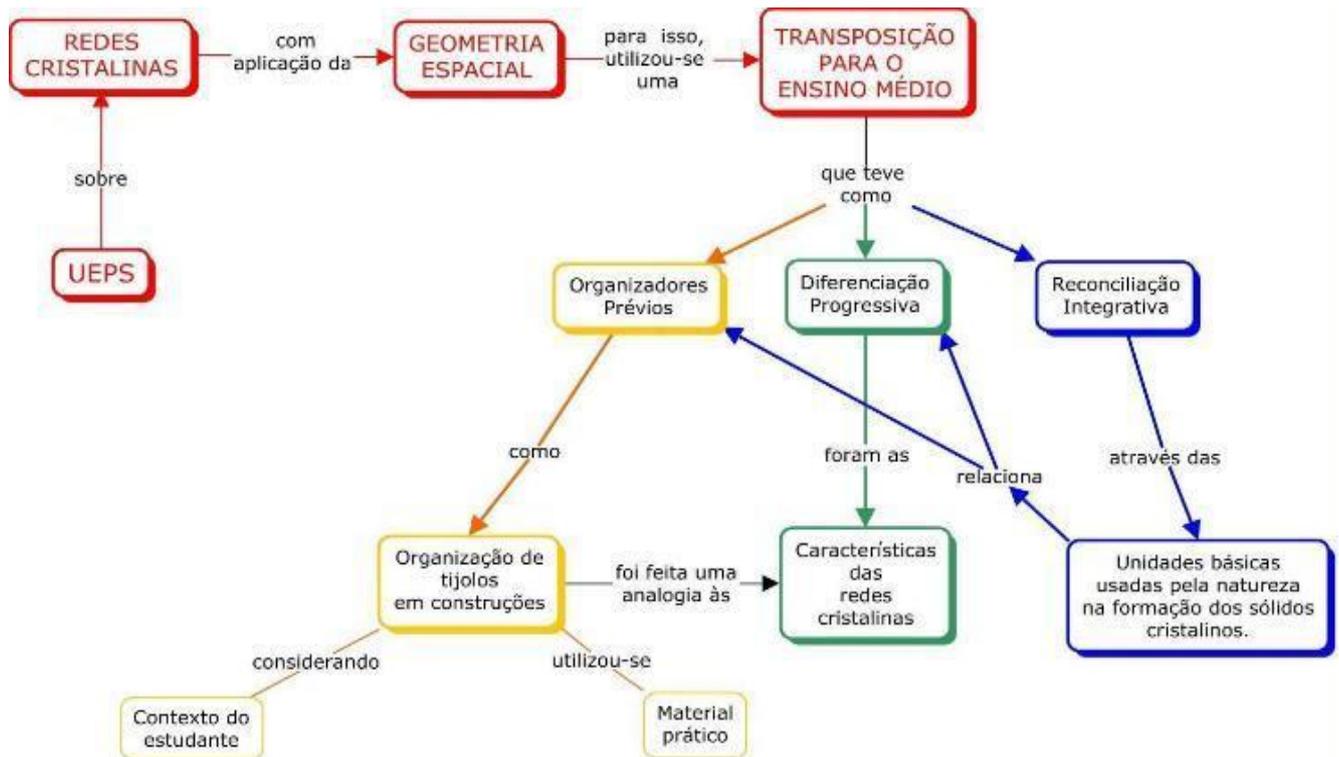
Utilizamos como organizador prévio uma analogia que, com o uso de materiais concretos e uma situação cotidiana dos estudantes, serviram de subsunções, na qual associamos a organização de tijolos em uma construção à operação de simetria translacional das redes cristalinas ou redes de Bravais.

A diferenciação progressiva se deu através da identificação das características das redes cristalinas (repetição em 3D de peças idênticas sem espaços vazios), que se ancorou nos subsunções tratados nos organizadores prévios - organização de tijolos em construções.

A reconciliação integrativa se deu ao associarmos o conjunto das características das redes cristalinas às unidades básicas usadas pela natureza na formação de sólidos cristalinos. Deste modo introduzimos o conceito de redes de Bravais.

Na Figura 8 podemos observar um mapa conceitual que relaciona diferenciação progressiva e reconciliação integrativa com a organização das ideias centrais desta pesquisa.

Figura 8 - Mapa conceitual



Fonte: Autoria própria, 2022.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção analisamos e discutimos os resultados de cada atividade descrita na metodologia, buscando evidências de aprendizagem significativa, de modo a contemplar os Passos 7 e 8. Salientamos que os estudantes apresentaram dificuldades principalmente na inserção de números em formato de notação científica nas calculadoras e nos cálculos relacionados a conteúdos que foram desenvolvidos no ensino fundamental, tais como: as quatro operações, equação de primeiro grau e operações com frações.

Atividade 1: Durante o debate inicial, no laboratório, nenhum dos estudantes apresentou conhecimento sobre a diferença entre as estruturas cristalinas dos materiais apresentados (grafite, diamante e grafeno). Mesmo após a visualização da Figura 1, apenas um estudante chegou a falar que talvez a diferença fosse na "formação" e outra estudante relatou que sabia que os três materiais eram formados somente por átomos de carbono. Esse fato realmente pareceu motivá-los a participarem do projeto, demonstraram interesse pelo assunto e, neste momento, o questionamento quanto a diferença entre os materiais, mesmo sendo eles compostos pelo mesmo elemento químico, ficou sem confirmação da resposta, com objetivo que continuassem pensando sobre o assunto, que seria debatido nas próximas atividades.

Atividade 2: Na sala de aula inicialmente, quando perguntamos se alguém lembrava de um exemplo de material composto por mais de um elemento químico (subsunçores), uma estudante respondeu corretamente, a água, depois a glicose. Na sequência, perguntamos se sabiam a composição do hidrogênio (subsunçores) e um estudante respondeu que seriam dois hidrogênios. Quando perguntamos novamente sobre a diferença entre o grafite, o grafeno e o diamante, um estudante respondeu que, o que os difere é a posição dos átomos. Podemos perceber que nesta atividade, os

estudantes conseguiram perceber esta diferença, o que não havia ocorrido na atividade anterior. Depois de pesquisadas as imagens da Figura 1, os estudantes lembraram que já as havíamos visto em aula e confirmaram a resposta do colega, todos concordaram que a diferença está na posição dos átomos. Observamos, neste momento, a captação de significados e a compreensão, evidenciadas pela capacidade de explicação da diferença entre as estruturas. Conforme Moreira (2011), aqui temos evidências de aprendizagem significativa.

Quando questionados sobre a organização dos átomos nos três estados físicos, uma estudante disse que nos sólidos eles estão mais juntos e vão se afastando quando comparado aos estados líquido e gasoso. Outra estudante respondeu que nos sólidos os átomos estão bem juntos, no líquido um pouco mais afastados e no gás estão bem mais afastados (subsunçores). Foi perguntado, para confirmar, como seria a organização nos sólidos, dois estudantes responderam, mais juntas, depois falaram fixas.

Atividade 3: A atividade foi realizada na biblioteca. A ideia de utilizar o exemplo de "tijolos, paredes e blocos" para definir as características das redes cristalinas foi muito útil. Observamos que os estudantes não apresentaram dificuldades e que realmente ficou fácil para compreenderem a organização dos átomos nos sólidos cristalinos. Quanto às respostas, quadrado e retângulo, relacionadas à pergunta sobre o formato possível dos "tijolos", observamos que, neste momento, os estudantes ainda não conseguiram utilizar a noção de estruturas espaciais em 3D pois, possivelmente a intenção seria de responder cubo e paralelepípedo, mas somente com uma análise mental (sem visualização ou manuseio) não conseguiram formar a noção espacial.

Na atividade prática, com o auxílio dos materiais concretos, facilmente os estudantes perceberam e manifestaram oralmente o entendimento de quais formas poderiam ser utilizadas como "tijolos" para formar as paredes e blocos com as características determinadas. Neste momento, observamos evidências de aprendizagem significativa como a capacidade de explicar e de aplicar o conhecimento para resolver situações problema. Aqui evidenciamos, conforme Passos (2006), que as atividades práticas, com visualização e manipulação, transformaram conceitos abstratos em imagens reais ou mentalmente visíveis. Diferentemente do que haviam citado anteriormente, após a atividade prática, os estudantes substituíram acertadamente a designação quadrado por cubo e retângulo por paralelepípedo, indicando a captação de significados e compreensão, que são evidências de aprendizagem significativa. A maioria dos estudantes participou da atividade, todos os grupos testaram todas as possibilidades com as peças disponibilizadas para construir as paredes e blocos.

Atividade 4: Na biblioteca, os grupos conseguiram calcular área, volume e massa específica dos tijolos, paredes e blocos, em madeira. O cálculo da massa específica apresentou erros percentuais entre 4% e 10%. Somente um grupo calculou um valor que não se aproximava dos demais. Após a mediação da professora pesquisadora, o próprio grupo encontrou um erro no cálculo do volume, que logo foi corrigido. Nos cálculos de massa específica das peças dos demais materiais os erros percentuais foram para o vidro 2,8%, para o aço 4,1% e para a borracha 46%. O resultado para o mármore não foi registrado, impossibilitando assim a análise. Para a borracha o cálculo apresentou maior erro porque as medidas foram feitas sem precisão. Os estudantes consideraram apenas os centímetros inteiros. Por exemplo, um dos lados da borracha media 4,4 centímetros e os estudantes utilizaram nos cálculos a medida de 4 centímetros. No desenvolvimento dos cálculos os estudantes consultaram as equações necessárias no caderno, houve pouca interação entre os grupos. Nesta atividade os estudantes demonstraram interesse e foram participativos, a grande maioria se envolveu

nas atividades durante todo o tempo. Conforme as ideias de Rêgo e Rêgo (2006), observamos que o processo de ensino e aprendizagem que envolve geometria espacial pode obter melhores resultados quando estão disponíveis sólidos geométricos. Observamos que os estudantes, com o uso de material concreto, não apresentaram dificuldades na resolução destes cálculos.

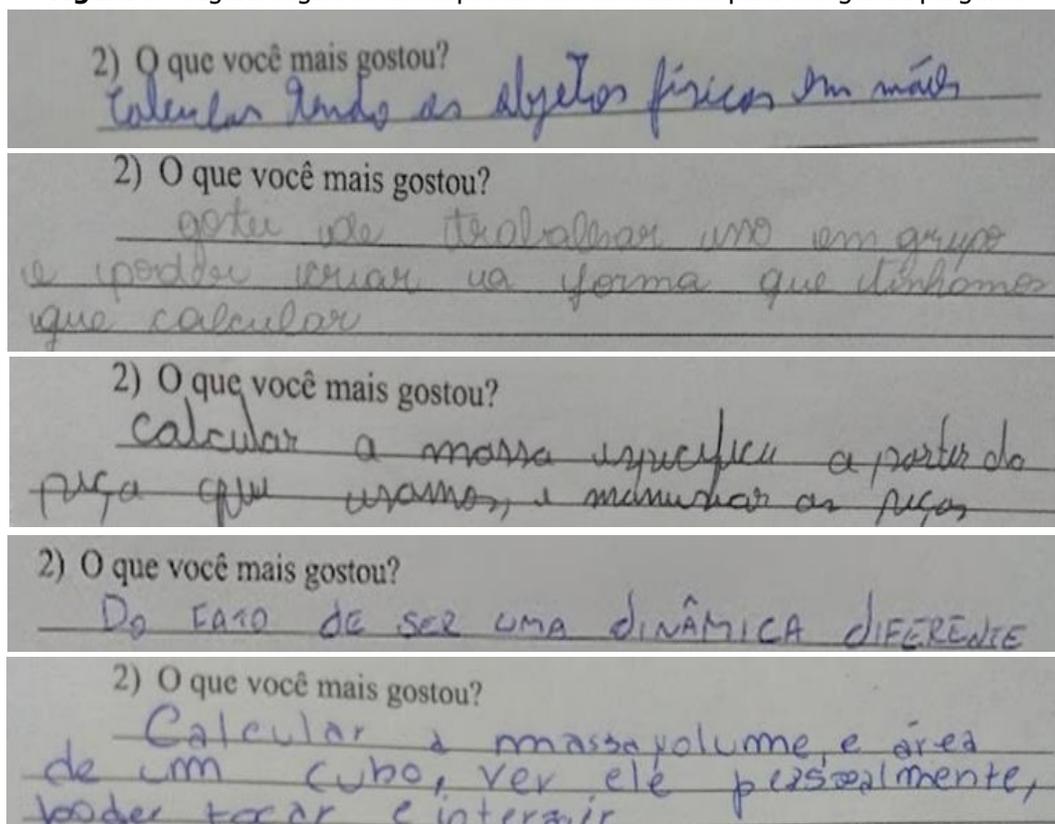
Atividade 5: Os vinte e nove estudantes presentes, responderam, na biblioteca, a uma avaliação contendo três perguntas, na qual seria analisado o desenvolvimento das atividades 3 e 4.

Na primeira pergunta os estudantes deveriam responder o que aprenderam de diferente. Vinte estudantes (68,9%) responderam que aprenderam a calcular massa específica. Seis estudantes (20,7%) responderam que aprenderam a calcular massa específica, área e volume. Um estudante (3,4%) escreveu que não aprendeu nada de diferente. Dois estudantes (6,8%) escreveram frases nas quais não souberam se expressar com clareza, sendo elas: - aprendi que os átomos são formados como paredes e não tem nenhum vão; - aprendemos mais sobre a função dos átomos e seus diferentes estados.

Identificamos claramente nas respostas de dezoito estudantes, a ideia de que aprenderam a calcular. Então, temos um índice bastante significativo, 62% dos estudantes, que declara ter aprendido a calcular área, volume ou massa específica, como algo diferente ou novo. Neste momento os estudantes estão se autoavaliando. Verificamos que o cálculo de área, volume e massa específica foram citados como conhecimento novo, o que não era esperado, visto que estes conteúdos já haviam sido trabalhados com esta turma anteriormente. Relacionamos esses resultados com a fala de Lorenzato (2006), quando traz que o ensino com a utilização de atividades práticas com material concreto facilita a aprendizagem. Esses estudantes não contavam os cálculos de área, volume e massa específica de cubos e paralelepípedos como assimilados, mas por meio das atividades práticas, passaram a considerar como algo novo que foi compreendido.

Na segunda pergunta os estudantes deveriam responder o que mais gostaram nas atividades. Ocorreram respostas diversificadas que foram agrupadas. Observamos que a maioria dos estudantes, 69%, relatou que gostou das atividades práticas. Os demais estudantes citaram: cálculos (21%), utilizar a balança (3%), dinâmica diferente (3%) e coisas novas (4%). Estes resultados nos parecem muito significativos pois, após as atividades apoiadas em material prático, 62% dos estudantes consideram que agora aprendeu a calcular e ainda 21% dos estudantes afirmou que o que mais gostou foram os cálculos. Aqui podemos relacionar o fato de que, quando apoiados nas atividades práticas, os estudantes apresentaram maior facilidade em resolver os cálculos.

Algumas respostas destacaram-se quanto à dinâmica da atividade prática, como mostrado na Figura 9. Nas respostas vemos claramente a relação entre a visualização e o manuseio dos sólidos associados com atividades que envolvem cálculos.

Figura 9 - Alguns registros de respostas dos estudantes para a segunda pergunta

Fonte: Autoria própria, 2022.

Na última pergunta os estudantes poderiam opinar sobre o que se poderia melhorar nas atividades e se teriam alguma sugestão. A maioria (86,2%) dos estudantes respondeu que não teriam o que melhorar. Destes ainda, espontaneamente, 36% classificaram as atividades como boas, 12% como ótimas, 8% como excelentes, 4% relataram que foram mais interessantes e 4% relatou que com as atividades desta pesquisa ficou mais fácil entender os conteúdos. Ainda, 14%, declarou que poderiam melhorar, dentre eles uma estudante que faltou nos dias em que realizamos as atividades 3 e 4, respondeu que queria que mudasse a forma como é passado o conteúdo, pois tem dificuldade em aprender. Outra estudante escreveu que queria correção dos exercícios passo a passo para tentar entender melhor. Mais dois estudantes escreveram que queriam ter mais facilidade em matemática.

As respostas confirmam nossa percepção quanto ao interesse e participação, já comentada na atividade 4. Durante esta avaliação os estudantes relataram, na fala e na escrita, que seria mais interessante se todas as disciplinas fossem desenvolvidas como as atividades desta pesquisa. Observamos que, para os estudantes, realmente fez diferença a metodologia adotada, com as atividades organizadas em formato de uma UEPS, baseadas na TAS, dialogadas e com atividades práticas.

Atividade 6: A apresentação das redes de Bravais desenvolveu-se rapidamente, na sala de aula, utilizamos um terço do tempo previsto e os estudantes não apresentaram dificuldades. Acreditamos que o acesso às imagens (Figura 4 e Quadro 3), assim como a exposição das maquetes das redes, facilitou a explicação e o entendimento. Durante a atividade anterior, foi comentado com uma das estudantes que, na sequência, seriam apresentadas as redes de Bravais e que posteriormente elas seriam construídas pela turma, a referida estudante compartilhou com os seus colegas tal informação. Com isso, mostraram-se preocupados com a construção das redes, justificando a atenção e o silêncio durante a explanação do conteúdo.

Atividade 7: No laboratório, as duplas verificaram as quatorze redes, a cada verificação já confirmavam para a professora pesquisadora se os dados coletados estavam de acordo com a respectiva rede. Portanto, o objetivo de que os estudantes tivessem contato com as redes e conhecessem bem as suas características foi alcançado.

Atividade 8: Esta atividade se desenvolveu, na sala de aula, com grupos maiores, de até seis estudantes, o que ocasionou muita conversa e em todos os grupos havia estudantes que não colaboraram para a realização da atividade. Com menos estudantes por grupo (duplas ou trios) ficou mais fácil manter todos engajados nas tarefas.

Durante a construção das redes passamos por adversidades em relação à fixação das esferas nos palitos. Para evitar acidentes, preferimos não usar cola quente. Somente um grupo optou por utilizar a cola líquida escolar, mas esse tipo de cola demanda um tempo maior para a secagem. A maioria dos grupos não utilizou nenhum tipo de cola, apenas encaixaram os palitos nas esferas o que ocasionou várias redes desmontadas logo após a conclusão da construção. Devido ao tempo excessivo utilizado nas construções, não foi cobrado rigor na medição dos ângulos das redes, também porque esses tipos de redes apresentam somente o ângulo de 90° , mais fácil de se obter sem o uso do transferidor.

Atividade 9: Quanto às apresentações, alguns grupos relataram que seria difícil o encontro fora da escola, contudo informamos que os estudantes poderiam se encontrar na biblioteca. Através das fotos disponibilizadas pelos estudantes, verificamos que nove grupos se organizaram em suas casas, apenas um grupo se encontrou na escola, em período de aula de outra disciplina. Os estudantes relataram que não gostam de realizar trabalhos em grupos fora do horário de aula. Talvez este fato esteja relacionado com o que observamos, também nas fotos, que na maioria dos grupos, um estudante sozinho fez a rede e os demais elementos do grupo só o acompanharam na hora da apresentação oral.

No laboratório, durante as apresentações, foi verificado que os estudantes realizaram pesquisas sobre as redes na internet. As informações trazidas por vários grupos não eram simples nem objetivas, deixando claro que estavam replicando informações que não haviam compreendido. Ao final das apresentações a professora pesquisadora intervinha, lembrando-os que não havia sido solicitada uma pesquisa complexa, foram perguntados o nome da rede, as características das arestas e dos ângulos e se foi difícil a construção. Os estudantes conseguiam responder com facilidade ao que era solicitado, assim foi possível perceber que eles conseguiram compreender as informações básicas, e demonstraram interesse ao pesquisar e trazer informações extras mesmo que, sem elementos suficientes para compreendê-las, inclusive um trio informou que tentou pesquisar um tipo de elemento que cristaliza na rede construída, mas que não havia conseguido encontrar resposta. Todos os grupos relataram que foi difícil a construção das redes e a principal dificuldade foi na fixação dos ângulos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentamos uma UEPS, baseada na TAS de Ausubel, Novak e Hanesian (1980), contando com atividades práticas, com uma transposição do conceito de redes cristalinas e com aplicação da geometria espacial. Analisamos a implementação que ocorreu na disciplina de matemática, em uma turma do terceiro ano do ensino médio que já havia estudado geometria espacial no ano anterior.

Verificamos que o tema escolhido, segundo nosso conhecimento ainda não havia sido utilizado como uma aplicação da geometria espacial, traz elementos que propiciam o trabalho com atividades práticas com sólidos 3D em vários níveis: visualização, manuseio, medidas e construção de estruturas geométricas. Também verificamos que a metodologia adotada, baseada na TAS de Ausubel, seguindo os passos indicados para uma UEPS, com aulas dialogadas e com atividades práticas propiciou aprendizagem significativa. Aliado a estes elementos salientamos, também, a possibilidade de os estudantes contextualizarem a geometria espacial com a discussão de conceitos relacionados à constituição dos sólidos cristalinos.

Ainda, trabalhos futuros podem ser desenvolvidos no sentido de explorar outros conteúdos da física como vetores, uma vez que as redes cristalinas são definidas através de uma operação de translação, definida por uma equação vetorial ou podendo haver o envolvimento de outras disciplinas como a geografia com a localização natural desses cristais, a disciplina de arte pode envolver-se na construção das maquetes e ainda um envolvimento maior da química, ocorrendo assim maior interação entre as disciplinas.

Os estudantes, por meio das aulas dialogadas, participaram das discussões trazendo suas concepções, geralmente adequadas, apesar de expressas sem rigor científico. Destacamos, entre os resultados mais significativos, as declarações dos estudantes de que as atividades ficaram mais interessantes, que foi mais fácil de entender. Ainda, 62% consideraram que, a partir das atividades com materiais práticos aprendeu a calcular área, volume ou massa específica, como algo diferente ou novo e, também, 21% dos estudantes afirmou que o que mais gostou foram os cálculos. Estes dados indicam que o trabalho com as atividades práticas motivou e auxiliou os estudantes a superarem dificuldades relacionadas a cálculos.

6. REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D. & HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

CALLISTER JR. W.D.; RETHWISCH, D.G. **Ciência e Engenharia de Materiais: uma Introdução**. 9ª ed., Rio de Janeiro, RJ: LTC Editora, 2016.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Mércles Thadeu Moretti. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>. Acesso em: 30 jul. 2022.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo. **Métodos de pesquisa**. 1. ed. Porto Alegre, Editora da UFRGS, 2009.

LORENZATO, Sergio. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sergio (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de Professores**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2006.

MORAES, Roque; GOMES, Vanise. Uma Unidade de Aprendizagem Sobre Unidades de Aprendizagem. In: GALIAZZI, Maria do Carmo et al. (Orgs.). **Construção curricular em rede na educação em Ciências: uma aposta de pesquisa na sala de aula**. Ijuí: Unijuí, 2007, p.243-280.

MOREIRA, Marco Antônio. **Teoria de aprendizagem**. São Paulo: E.D.U., 1999.

MOREIRA, M. A. Unidades de Ensino Potencialmente Significativas - UEPS. **Aprendizagem Significativa em Revista**, v. 1, n. 2, p. 43–63, 2011. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID10/v1_n2_a2011.pdf. Acesso em: 11 Mar. 2023.

PACHECO, Marina Buzin. ANDREIS, Greice da Silva Lorenzzetti. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Revista Principia - Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB**; n. 38 (2018). Disponível em: <https://periodicos.ifpb.edu.br/index.php/principia/article/view/1612>. Acesso em: 23 jul. 2022.

PASSOS, C.L.B. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de matemática. In: LORENZATO, S. (org): **O laboratório de ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006, p. 77-91.

PUREUR, Paulo. **Estado Sólido**. Porto Alegre: Instituto de Física – UFRGS, 2001, 229p.

RÊGO, Rômulo M.; RÊGO, Rogéria G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino da Matemática. In: LORENZATO, Sergio (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de Professores**. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2006.

RÊGO, Rômulo M.; RÊGO, Rogéria G; VIEIRA, Kleber M. **Laboratório de Ensino de Geometria**. Campinas/SP: Autores Associados, 2012.

SILVA, Marina Andrade Alves da; BRAZ, Lúcia Helena Costa. Geometria espacial no Ensino Médio: Investigação sobre as dificuldades no ensino-aprendizagem. In: **VII Congresso Internacional de Ensino da Matemática**, 2017. Canoas, Rio Grande do Sul. Disponível em: <http://www.conferencias.ulbra.br/index.php/ciem/vii/paper/viewFile/6783/3311>. Acesso em: 12 jan. 2021.

VIDALETTI, Vangiza Bortoleti Berbigier. **Ensino e aprendizagem da geometria espacial a partir da manipulação de sólidos**. 2009. 109f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências Exatas) - Centro Universitário Univates. Lajeado, Rio Grande do Sul. Disponível em: <https://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/82/1/VangizaVidaletti.pdf>. Acesso em: 13 jan. 2023.

Submissão: 17/08/2023

Aceito: 13/09/2023