2023 | Volume 7 | Pág. 294 a 300 DOI: https://doi.org/10.15536/reducarmais.7.2023.3111

Revista
Educar Mais

Corrente de deslocamento no ensino de graduação: uma abordagem mais intuitiva

Displacement current in undergraduate education: a more intuitive approach

Corriente de desplazamiento en la educación de pre-grado: un enfoque más intuitivo

Paulo Cesar Facin[1] • Giovana Silva[2]

RESUMO

Interessados no ensino mais intuitivo da "corrente de deslocamento", apresentamos brevemente a forma como é introduzido esse assunto em três obras didáticas, que consideramos mais utilizadas nos cursos de graduação. Então abordamos o assunto "corrente de deslocamento" discutindo em detalhes a lei de Ampère-Maxwell para uma carga puntiforme se deslocando com velocidade uniforme e não relativística, com campos elétrico e magnético dados pela lei de Coulomb e a lei de Biot-Savart, tradicionalmente abordados nos cursos de graduação. Mostramos que a corrente de deslocamento tem um significado físico mais intuitivo e que generaliza a densidade de corrente, tornando a equação de Ampère-Maxwell mais simétrica com a lei de Faraday.

Palavras-chave: Eletromagnetismo; Lei de Ampère-Maxwell; Corrente de deslocamento; Carga puntiforme.

ABSTRACT

Interested in more intuitive teaching of the "displacement current", we briefly present how this subject is introduced in three didactic works, which we consider to be the most used in undergraduate courses. Then we approach the subject "displacement current" discussing in detail the Ampère-Maxwell law for a punctiform charge moving with uniform and non-relativistic velocity, with electric and magnetic fields given by Coulomb's law and the Biot-Savart law, traditionally addressed in undergraduate courses. We show that the displacement current has a more intuitive physical meaning and that it generalizes the current density, making the Ampère-Maxwell equation more symmetrical with Faraday's law.

Keywords: *Electromagnetism; Ampere-Maxwell Law; Displacement current; Punctiform charge.*

RESUMEN

Interesados en una enseñanza más intuitiva de la "corriente de desplazamiento", presentamos brevemente cómo se aborda este tema en tres obras didácticas, que consideramos las más utilizadas en los cursos de pre-grado. Luego abordamos el tema "corriente de desplazamiento" discutiendo en detalle la ley de Ampère-Maxwell para una carga puntiforme que se mueve con velocidad uniforme y no relativista, con campos eléctricos y magnéticos que son dados por la ley de Coulomb y la ley de Biot-Savart, tradicionalmente abordados en cursos de pre-grado. Mostramos que la corriente de desplazamiento tiene un significado físico más intuitivo y que generaliza la densidad de corriente, haciendo que la ecuación de Ampère-Maxwell sea más simétrica con la ley de Faraday.

Palabras clave: *Electromagnetismo; ley de Ampere-Maxwell; corriente de desplazamiento; Carga puntiforme.*

[1] Graduado em Física, Mestre em Física e Doutor em Engenharia Mecânica. Professor da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), Ponta Grossa/PR -Brasil. E-mail: pcfacin@uepg.br.

[2] Licenciada em Física e cursando Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF) na Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), Ponta Grossa/PR – Brasil. E-mail: gm000113@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

No estudo das equações de Maxwell em cursos de graduação em física, observa-se a dificuldade dos alunos em relação ao entendimento dos conceitos de "divergente" e "rotacional", como por exemplo, a confusão entre as definições destes conceitos e a operacionalização destes em coordenadas cartesianas. A pouca experiência dos estudantes em lidar com o limite matemático de uma área ou volume tendendo a zero, de uma integral sobre um circuito fechado ou sobre uma área fechada, parece direcionar o significado dos conceitos de divergente e rotacional para as expressões destes conceitos em coordenadas cartesianas, ou seja, a uma forma mais intuitiva dos conceitos que os estudantes podem alcançar. Entretanto, essa substituição nem sempre é útil, exemplo disso é o cálculo do divergente do campo elétrico de uma carga puntiforme sobre uma área que envolve a carga, pois o campo coulombiano na posição da carga vai a infinito e a derivada desse campo não é possível de ser realizada! A abordagem de estudo das equações de Maxwell utilizando a carga puntiforme dá ao estudante a oportunidade de compreender os detalhes matemáticos e conceituais envolvidos, principalmente sobre divergente e rotacional, por exemplo, que esses dois conceitos são atribuídos a um ponto do espaço, mas envolvem operações matemáticas realizadas nas vizinhanças desse ponto! Nesse trabalho vamos abordar somente a lei de Ampère-Maxwell, pois estamos interessados no conceito de "corrente de deslocamento", para as outras equações de Maxwell sugerimos a leitura em (FACIN 2021).

Começaremos nossa abordagem com uma pergunta: as equações de Maxwell são válidas para a carga puntiforme? Na tentativa de responder a esta pergunta, a própria pergunta deve ser reformulada, pois as equações de Maxwell tratam dos campos elétrico e magnético, nesse caso dos campos da carga puntiforme. Assim, outra pergunta surge naturalmente, quais são os campos da carga puntiforme, se é que eles existem, para os quais as equações de Maxwell são válidas? Uma resposta para essa pergunta é encontrada em (FACIN,2021), no qual são consideradas as transformações relativísticas do campo dado pela lei de Coulomb para uma carga puntiforme em movimento retilíneo uniforme, e a conclusão mais importante desse trabalho é que o termo de corrente de deslocamento generaliza o termo de densidade de corrente. As equações de Maxwell são vistas geralmente nos cursos de graduação antes da teoria da relatividade restrita, e a corrente de deslocamento é explicada como uma exigência da conservação da carga. Esse termo fica para o aluno de física, vinculado a essa necessidade com pouco significado físico (pouco intuitiva). O tratamento relativístico para esse caso é necessário para a obtenção da Lei de Faraday, enquanto que as Leis de Gauss e de Ampère-Maxwell são satisfeitas para o campo coulombiano e de Biot-Savart (não relativístico), além disso, nesse caso também o termo de corrente de deslocamento generaliza o termo de densidade de carga, o que permite apresentar esse resultado no momento em que se discute as equações de Maxwell na graduação. Isso nos leva a examinar alguns textos de livros didáticos que são referências utilizadas nos cursos de graduação.

2. LIVROS DIDÁTICOS RELEVANTES

Apresentamos agora as argumentações de três obras muito utilizadas nos cursos de graduação para o assunto corrente de deslocamento.

2.1 Fundamentos de Física – Eletromagnetismo - Halliday e Resnick, Jearl Walker

Nesta obra a corrente de deslocamento é argumentada em relação a uma simetria com a lei de Faraday:

> "Como a simetria é um dos princípios mais importantes da física, somos levados a nos perguntar se a indução pode acontecer no sentido oposto, ou seja, se um fluxo elétrico variável pode induzir um campo magnético. A resposta é afirmativa; além disso, a equação que governa a indução de um campo magnético é quase simétrica da Eq. 32-2. Essa equação, que recebe o nome de lei de indução de Maxwell, em homenagem ao cientista inglês James Clerk Maxwell, pode ser escrita na forma...". (HALLIDAY et.al., 2009, pág. 718).

Ainda nesta mesma obra, o estudante é "desencorajado" a buscar um significado físico para a corrente de deslocamento, quando ela é descrita como sendo imaginária e fictícia:

> "Saber que, na lei de Ampère-Maxwell, a contribuição da variação do fluxo elétrico para o campo magnético pode ser atribuída a uma corrente **imaginária** (a "corrente de deslocamento") para simplificar a expressão." (HALLIDAY et.al., 2009, pág. 723. Grifo nosso).

> "...Comparando os dois termos do lado direito da Eq. 32-5, vemos que o produto tem dimensões de corrente elétrica. Na verdade, o produto pode ser tratado como uma corrente **fictícia**...". (HALLIDAY et.al., 2009, pág. 723. Grifo nosso).

2.2 Física básica – eletromagnetismo - Moysés Nussenzveig

Na direção de dar significado físico à corrente de deslocamento, (NUSSENZVEIG, 1997) começa o assunto com a observação de Maxwell de que cargas de polarização num dielétrico, produzindo campo elétrico, sugerem que correntes de polarização devem dar origem a um campo magnético. Daí investiga num capacitor com um dielétrico entre suas placas, mostrando que a conservação da carga é satisfeita.

No caso de haver vácuo entre as placas, aparece uma contradição com a conservação da carga, que é resolvida por Maxwell sugerindo o termo $\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$ como uma "corrente de deslocamento". Moysés também chama a atenção para o nome dado por Maxwell "corrente de deslocamento", que no caso da polarização seria razoável, mas no caso de não haver dielétrico, ou seja, no vácuo, ele pergunta: Deslocamento do quê?

2.3 Lições de Física – Volume II - Richard P. Feynman, Robert B. Leighton, Matthew Sands

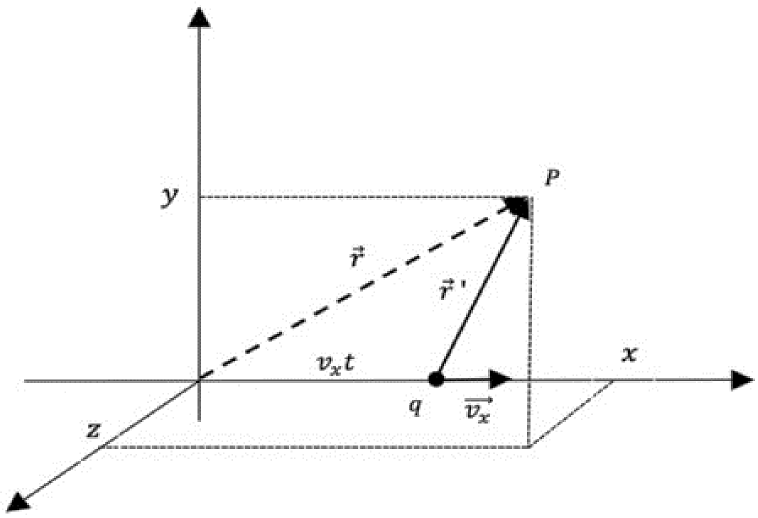
Nessa obra na seção 18.1 do capítulo 18 argumenta-se que o termo novo adicionado por Maxwell a lei de Ampère é devido a conservação da carga. Os autores então chamam a atenção para a carga não ser conservada e que nesse caso, a Física não teria explicações a dar, pois todas as equações disponíveis consideram a conservação da carga. Ao adicionar um termo novo na equação do rotacional do campo magnético, afirma-se que uma nova classe de fenômenos é esperada. A corrente de deslocamento foi um termo novo acrescentado ao rotacional do campo magnético e a consequência seria a equação de onda que prevê as ondas eletromagnéticas. Na sequência, é apresentado dois exemplos de como o "novo termo" funciona, o caso de uma corrente esfericamente simétrica é discutido antes do capacitor de placas planas. No primeiro exemplo, o novo termo explica por que o campo magnético dessa corrente se anula, e no segundo porque o campo magnético não é nulo.

  e-ISSN 2237-9185

3. METODOLOGIA

Buscar o significado físico da corrente de deslocamento na carga puntiforme pode parecer estranho, pois o termo apresentado por Maxwell diz respeito a derivada do campo elétrico em um ponto P com relação ao tempo. No entanto, campos elétricos se originam de cargas elétricas que não variam exclusivamente com o tempo e conforme vimos nos livros didáticos, é justamente isso que levou Maxwell a cunhar o termo novo na lei de Ampère, assim, a única forma do campo elétrico variar no tempo é com o movimento da carga que o gera em relação ao ponto P. Nosso problema então é representado na Figura 1, onde a carga puntiforme tem velocidade na direção x e o campo elétrico na posição P é atualizado conforme a equação (1) e o campo magnético de Biot-Savart pela equação (3).

Figura 1 – Esquema para o cálculo dos campos elétrico e magnético no ponto P.



Fonte: Facin (2021)

$$\vec{E}(x,y,z;t) = \frac{\mu_0 c^2 q}{4\pi[(x-v_x t)^2+(y^2+z^2)]^{3/2}}\left[(x-v_x t)\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}\right] \quad , \qquad (1)$$

$$\vec{B}(x,y,z;t) = \vec{\nabla}\times\vec{A} = \frac{\vec{v}_x\times\vec{E}(x,y,z;t)}{c^2} \quad , \qquad (2)$$

$$\vec{B}(x,y,z;t) = \frac{v_x \mu_0 q}{4\pi[(x-v_x t)^2+(y^2+z^2)]^{3/2}}\left[-z\hat{\jmath} + y\hat{k}\right] \quad . \qquad (3)$$

Com esses campos obtemos o curioso resultado para a lei de Ampère-Maxwell, no qual não aparece explicitamente a densidade de corrente:

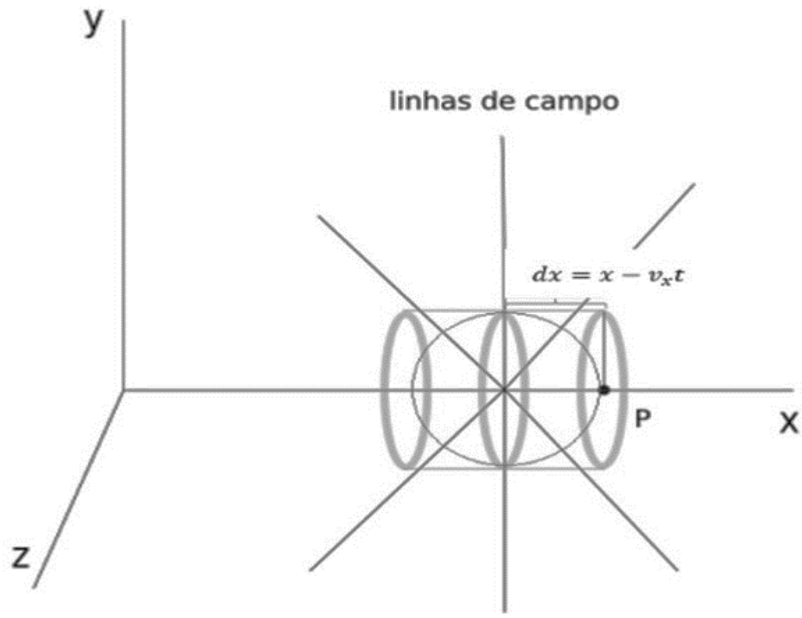
$$\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \vec{\nabla}\times\vec{\mathrm{B}} = \frac{1}{4}\frac{\mu_0 q v_x\left(2(v_x t-x)^2-(y^2+z^2)\right)}{\pi\left((v_x t-x)^2-(y^2+z^2)\right)^{\frac{5}{2}}}\hat{\imath} - \frac{3}{4}\frac{\mu_0 q v_x(v_x t-x)}{\pi\left((v_x t-x)^2+(y^2+z^2)\right)^{5/2}}\left(y\hat{\jmath}+z\hat{k}\right) \qquad (4)$$

Esse resultado vale para **todos** os valores de x, y, z então a primeira_condição para que a carga chegue no ponto P é que $y = z = 0$, ou seja.

$$\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} = \vec{\nabla}\times\vec{\mathrm{B}} = \mu_0\frac{1}{2}\frac{q v_x}{\pi(v_x t-x)^3}\hat{\imath} \qquad (5)$$

A segunda condição diz respeito ao que significa a carga tocar o ponto P, já que ela é puntiforme. Então, para recuperarmos o termo de densidade de corrente (a lei de Ampère), devemos atribuir a carga um certo volume e uma extremidade desse volume (sua superfície) atingirá o ponto P antes do centro desse volume atingir P, lembramos aqui que o rotacional de um campo é calculado sobre a vizinhança de P, já que o volume deve tender a zero e não pode ser zero. A Figura 2 mostra isso, e já que não estamos considerando o caso relativístico e a velocidade da carga é uniforme, não existe razão para que as linhas de campos não se distribuam uniformemente pelo espaço, e ainda, dado que a carga puntiforme pode se aproximar infinitesimalmente do ponto P, o centro dessas linhas se localiza a uma distância $dx = v_x t - x$ do ponto P, ou seja, com a velocidade $v_x = \frac{dx}{dt}$ somente a metade da carga passa por P num intervalo de tempo dt:

Figura 2 – Volume cilíndrico onde a carga q estaria distribuída.



Fonte: Facin (2021)

Com isso, observamos que as parcelas da equação (5) podem ser vistas como:

$$\frac{q}{2} v_x \hat{\imath} = \frac{(q/2)dx}{dt} \hat{\imath} = i\overrightarrow{dx} \tag{6}$$

$$\pi(v_x t - x)^3 = \pi(v_x t - x)^2 (v_x t - x) = \pi R^2 dx \tag{7}$$

Ou seja, a corrente i considera a carga distribuída num cilindro de área da base πR^2, onde R é o raio da circunferência da base, e altura desse cilindro é igual a esse mesmo $R = dx$. Assim, identificamos o vetor densidade de corrente como dado pela equação (8):

$$\frac{1}{2} \frac{q v_x}{\pi (v_x t - x)^3} \hat{\imath} = \frac{i\overrightarrow{dx}}{\pi R^2 dx} = \vec{J} \tag{8}$$

E com isso, a equação (5) torna-se:

$$\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times \vec{\mathrm{B}} = \mu_0 \frac{1}{2} \frac{q v_x}{\pi (v_x t - x)^3} \hat{\imath} = \mu_0 \vec{J} \tag{9}$$

Ou seja, a corrente de deslocamento generaliza a densidade de corrente!

e-ISSN 2237-9185

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Considerando que qualquer carga Q, em um volume V, será uma soma de cargas elementares, que, pelo princípio da conservação da carga não variam com o tempo, ou seja, $\frac{\partial Q}{\partial t} \neq 0$, as cargas nesse volume serão alteradas se alguma carga elementar que compõe Q estiver se movendo em relação ao volume, ou seja, numa posição do espaço o campo elétrico varia no tempo, ou melhor, só pode variar no tempo se as cargas que o criaram se deslocam em relação a esta posição. Esse raciocínio e os resultados apresentados trazem significado físico à corrente de deslocamento, não podendo mais ser considerada "imaginária" ou "fictícia", ou seja, ela traduz o "deslocamento" de cargas "puntiformes" em relação ao ponto onde se calcula a corrente de deslocamento.

A simetria argumentada no "Halliday" entre a lei de Faraday e a lei de Ampère-Maxwell, torna-se mais próxima com o termo de densidade de corrente sendo "absorvido" pelo termo da corrente de deslocamento.

O caráter de validade geral dos resultados apresentados para a lei de Ampère-Maxwell, que é uma equação linear nos campos, com derivadas que são operações lineares sobre estes, é justificado pelo princípio da superposição, em que o campo resultante de vários campos num mesmo ponto é a soma vetorial destes campos.

Como o rotacional do campo elétrico coulombiano no caso considerado é nulo, a obtenção da lei de Faraday fica condicionada a um tratamento relativístico dos campos, o que foi feito em (FACIN,2021).

O tratamento usual para a corrente num fio como movimento de uma distribuição contínua de cargas, faz com que a corrente não dependa do tempo e a variação do campo elétrico é nula em qualquer ponto, o que anula a corrente de deslocamento, nesse caso devemos usar para a lei de Ampère para obter o rotacional do campo magnético.

Por fim, os resultados apresentados trazem um significado mais intuitivo para a corrente de deslocamento de Maxwell, a qual foi de extrema importância para a obtenção das ondas eletromagnéticas e que acabou por unir o eletromagnetismo e a ótica. Consideramos que a abordagem apresentada para o estudo da corrente de deslocamento, traz muitas oportunidades para o desenvolvimento do estudante, em relação a muitos conceitos envolvidos nas equações de Maxwell.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

5. REFERÊNCIAS

FACIN; Paulo; Carga puntiforme, equações de Maxwell e o significado da corrente de deslocamento. **Revista Educar Mais**, v. 5, n. 3, p. 698-708, 2021.

FEYNMAN, Richard; LEIGHTON, Robert; SANDS, Matthew. **The Feynman lectures on physics** – Volume 3, Ed. Bookman, São Paulo, 2008.

HALLIDAY, David; WALKER, Jearl; RESNICK, Robert. **Fundamentos de Física - Eletromagnetismo.** 10. ed., LTC, Rio de Janeiro, 2009.

NUSSENZVEIG, Moysés. **Curso de física básica 3 – Eletromagnetismo**, Ed. Edgar Blucher LTDA, São Paulo, 1997.

Submissão: 03/02/2023

Aceito: 13/02/2023